

- В. П. Мордач, В. Н. Соболев. – К. : Наук. Думка. – 1988. – 224 с.
6. Casadei D. Matrix Converter Communication Strategy Using both Output Current and Input Voltage Sign Measurement / D. Casadei, A. Trentin, M. Matteini, M. Calvini // 10th European Conference on Power Electronics and Applications EPE-2003. – Toulouse, France. – 2003 (CD-ROM).
  7. Чехет Э.М. Тенденции развития матричных преобразователей для асинхронного электропривода / Э. М. Чехет, В. Н. Соболев, В. М. Михальский // Проблемы автоматизованого електропривода. Теорія та практика: Вісник НТУ-ХПІ. – Харків. – 2005. – Вип. 45. – С. 32–37.
  8. Пивняк Г.Г. Современные частотно-регулируемые электроприводы с широтно-импульсной модуляцией / Г.Г. Пивняк, А.В. Волков – Днепропетровск: НГУ. – 2006. – 470 с.
  9. Bauer J. Development of a Compact Matrix Converter // Acta Polytechnica. – 2009. – Vol.49. – No. 2–3. – P. 64–69.

Стаття надійшла до редакції 17.06.2010

Колесников А. А., Лохматов А. Г. Прогнозирующее релейно-векторное регулирование статорного тока в асинхронном электроприводе с матричным непосредственным преобразователем частоты

*Предложено прогнозирующее релейно-векторное регулирование статорного тока для асинхронного электропривода с матричным непосредственным преобразователем частоты, для которого методом имитационного моделирования проведено исследование электромагнитных и электромеханических характеристик указанного электропривода в статических и динамических режимах.*

**Ключевые слова:** асинхронный электропривод, матричный непосредственный преобразователь частоты, прогнозирующее релейно-векторное управление, имитационное моделирование.

Kolesnikov A., Lohmatov A. Predictive relay-vector stator current control in induction electric drive with matrix direct frequency converter

*Predictive relay-vector stator current control is proposed for an induction electric drive with a matrix direct frequency converter. Electromagnetic and electromechanical characteristics of the electric drive were studied in static and dynamic operation modes using the simulation method.*

**Key words:** induction electric drive, matrix direct frequency converter, predictive relay-vector control, simulation

УДК 681.527.2

Е. М. Потапенко д-р техн. наук, Е. В. Душинова, А. Е. Казурова канд. техн. наук, С. Г. Деев

Запорожский национальный технический университет

## ЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ С ВЕКТОРНЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

*Составлена простая эквивалентная математическая модель для системы векторного управления АД с нелинейной математической моделью, достаточно точно описывающая работу исходной системы во всех режимах работы. Простота и линейность эквивалентной системы позволяют синтезировать законы управления исходной нелинейной системы хорошо разработанными линейными методами с существенно меньшими затратами времени на моделирование. Численное моделирование динамики исходной нелинейной и эквивалентной линейной систем показало хорошее совпадение переходных и стационарных процессов.*

**Ключевые слова:** модель, линейность, управление.

### Введение

Асинхронный двигатель (АД) является самым распространенным типом электродвигателей. Его отличается от других типов двигателей простота обслуживания,

дешевизна, высокая надежность, возможность работать в агрессивных средах. АД, вследствие их сложной динамики, изначально предназначались для нерегулируемых электроприводов. Развитие силовой электропреобра-

зовательной и вычислительной техники создало предпосылки для разработки систем управления АД, которые потенциально по качеству управления не будут уступать двигателям постоянного тока. Новые принципы управления АД рассматривают электромагнитные процессы не в традиционной статорной системе координат, а во вращающейся, связанной с каким-либо физическим вектором. Поэтому принцип управления получил название «векторное управление» (ВУ). Достигнутые точность и динамические характеристики современных асинхронных электроприводов (АЭП) обеспечиваются за счет сложных нелинейных алгоритмов управления. В настоящее время АД с ВУ используются для управления с умеренной точностью технологическими объектами со сравнительно простой динамикой. В то же время, заманчивым с экономической и эксплуатационной точек зрения представляется применение АД с ВУ для точного управления сложными динамическими объектами. Под сложными объектами понимаются, например, механические системы, которые состоят из твердых тел с неизвестными массово-инерционными характеристиками, соединенных между собой упругими связями, подверженных внешним неизвестным воздействиям. Такими системами могут быть системы управления антеннами радиолокаторов, металлообрабатывающих станков, систем прицеливания стрелкового оружия, установленного на движущихся объектах, и т.п. Разработка систем управления сложными объектами с помощью АД с ВУ затруднена из-за взаимодействия двух сложных динамических процессов, происходящих в АД с ВУ и в технологическом объекте. Эта сложность, в первую очередь, обусловлена многочисленными нелинейностями в математической модели АД с ВУ. В настоящее время практически отсутствует литература по управлению сложными динамическими процессами с помощью АД. В то же время, написано большое количество работ по управлению этими процессами с помощью двигателей постоянного тока [1-4], работа которых описывается линейными уравнениями.

Целью данной статьи является разработка линейной динамической модели АД с ВУ, максимально приближенной к модели двигателя постоянного тока, которая, в то же время, с достаточной для практики точностью воспроизводит динамику исходной нелинейной модели АД с ВУ.

Достижение поставленной цели позволит проектировать с помощью хорошо разработанных линейных методов всю систему управления, включающую АД с ВУ и сложный объект управления, с максимальным использованием задела по управлению двигателями постоянного тока.

### 1 Постановка задачи

На рис. 1 дана функциональная схема системы ВУ АД, описанная в работе [5], где приняты следующие обозначения:

$i_{\alpha\beta} = (i_\alpha, i_\beta)^T$ ,  $u_{\alpha\beta} = (u_\alpha, u_\beta)^T$  – векторы клеммных токов и напряжений, приведенных к статорному базису  $(\alpha, \beta)$ ,

« $\hat{\cdot}$ » – символ оценки соответствующих переменных,

$\omega_0$  – скорость вектора потокосцепления  $\Psi$  в статорном базисе  $(\alpha, \beta)$  (синхронная скорость),

$\vartheta$  – угол поворота ротора АД,

$\omega = \dot{\vartheta}$  – скорость ротора,

$\omega_p = \dot{\vartheta}_p$  – программная скорость ротора,

$m_0$  – желаемый (программный) электромагнитный момент,

$i_{dqp} = (i_{dp}, i_{qp})^T$ ,  $u_{dqp} = (u_{dp}, u_{qp})^T$  – векторы программного тока и напряжения, записанные в синхронном базисе  $(d, q)$ ,

$u_p = (u_{Ap}, u_{Bp}, u_{Cp})$  – программный сигнал, соответствующий желаемому трехфазному напряжению,

$u = (u_A, u_B, u_C)$  – трехфазное клеммное напряжение АД.

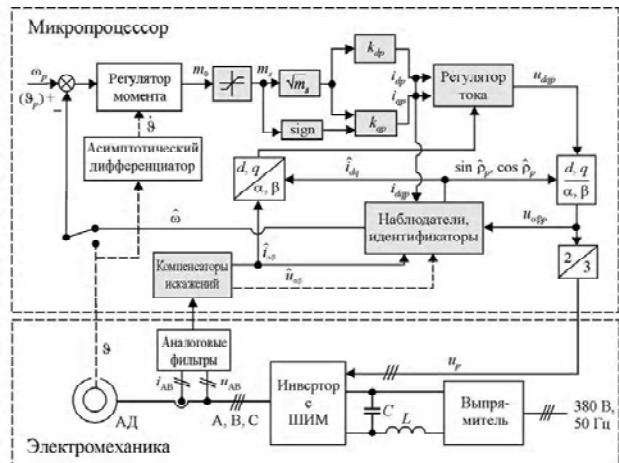


Рис. 1. Функциональная схема АД с векторным управлением

Питание АД осуществляется от трехфазного преобразователя частоты (ПЧ) с выпрямителем и инвертором напряжения с широтно-импульсной модуляцией (ШИМ). Для управления двигателем измеряются статорные токи в двух фазах  $i_{AB}$  (а в некоторых модификациях и напряжения  $u_{AB}$ , что показано пунктирной линией). Для выделения главных гармоник указанных переменных последние пропускаются через аналоговые фильтры, которые, помимо фильтрации, приводят к искажению амплитуд и фаз главных гармоник. Устранение этих искажений осуществляется с помощью компенсаторов искажений, сформированных в управляющем микропроцессоре. Полученные оценки главных

гармоник токов  $\hat{i}_{\alpha\beta}$  (а при наличии и напряжений  $\hat{u}_{\alpha\beta}$ ) поступают в блок «Наблюдатели, идентификаторы», куда также подаются двухфазные программные напряжения  $u_{\alpha\beta p}$  (в этом случае сигналы  $u_{AB}$ ,  $\hat{u}_{\alpha\beta}$  не используются) и программные статорные токи  $i_{dqp}$ , заданные в синхронном базисе. На основании этой информации оцениваются скорость ротора  $\hat{\omega}$ , вектор потокосцепления ротора  $\Psi$  и направляющие косинусы  $\sin p_p$ ,  $\cos p_p$  вектора потокосцепления ротора относительно статорного базиса. Оценка скорости ротора  $\hat{\omega}$  сравнивается с ее программным значением  $\omega_p$ . Полученная разность поступает в «Регулятор момента», который является комбинированным регулятором момента (КРМ), состоящим из компенсирующей и управляющей частей. КРМ формирует программный (желаемый) электромагнитный момент  $m_0$ . КРМ, в отличие от традиционного ПИ-регулятора, своей компенсирующей частью обеспечивает робастность по отношению к нагрузке, возмущениям, неопределенности индуктивностей и приведенного момента инерции ротора. Управляющая часть КРМ обеспечивает заданный вид переходного процесса. С помощью момента  $m_0$  из условия минимума потребляемой мощности или постоянства тока намагничивания формируются программные токи  $i_{dp}$ ,  $i_{qp}$  в синхронном базисе. С программными токами сравниваются оценки одноименных токов статора, сформированные с помощью преобразователя  $\alpha, \beta / d, q$ . Полученные разности подаются в комбинированные регуляторы тока (КРТ). В отличие от традиционных ПИ-регуляторов, КРТ обеспечивают неизменность заданных переходных процессов в контурах токов при изменении эквивалентного коэффициента передачи преобразователя частоты, бросках напряжения питающей сети, отклонениях всех параметров двигателя от номинальных значений. КРТ устраняют влияние перекрестных связей между контурами токов. На выходе регуляторов тока формируются программные напряжения  $u_{dqp}$  в синхронном базисе, которые с помощью блока  $d, q / \alpha, \beta$  перепроектируются в программные двухфазные напряжения  $u_{\alpha\beta p}$ . При прохождении через блок «2/3», эти напряжения переводятся в трехфазные управляющие сигналы блока ШИМ  $u_p$ . Пунктирная цепь обеспечивает позиционное управление приводом по сигналам позиционного датчика  $\vartheta$ , установленного на валу двигателя. Информация о скорости ротора в этом случае получается с помощью асимптотического дифференцирования позиционного сигнала или экстраполятора [5]. Закон позиционного управления синтезирован там же. Блок

«Наблюдатели, идентификаторы» является самым сложным и объемным в вычислительном отношении элементом системы, в значительной степени определяющим ее свойства и показатели качества.

Математическая модель описанной системы является в значительной степени нелинейной. Это коренным образом затрудняет ее разработку и исследование. Как было сказано выше, целью данной статьи является разработка линейной математической модели путем линеаризации нелинейностей, которая, во многом, оказывается возможной из-за применения робастных комбинированных методов управления. Ниже рассматриваются основные блоки, более подробно описанные в работе [5].

## 2 Регулятор электромагнитного момента

Рассматриваются уравнения движения ротора и формирования электромагнитного момента  $m$  [5].

$$I\ddot{\vartheta} = m + m_l + m_f, \quad (1)$$

$$m = n \frac{L_m}{L_r} \Psi_d i_q, \quad (2)$$

$$T_r \dot{\Psi}_d + \Psi_d = L_m i_d, \quad (3)$$

где  $m_l$  – момент нагрузки,  $m_f$  – момент трения,  $I$  – момент инерции ротора.  $\Psi_d$  – модуль вектора потокосцепления,  $n$  – количество пар полюсов,  $L_r, L_m$  – индуктивность ротора и взаимная индуктивность статора и ротора,  $T_r$  – постоянная времени ротора. В уравнении (1) нелинейными являются  $m, m_f$  и могут быть  $m_l$  и  $I\ddot{\vartheta}$  (в том случае, когда  $I$  – неизвестный и переменный приведенный момент инерции).

Из выражения (2) видно, что один и тот же электромагнитный момент можно создать бесконечным количеством сочетаний  $\Psi_d$  и  $i_q$ , требующих различного электропотребления. Среди этих сочетаний есть сочетание с минимальной потребляемой мощностью, которое и надо использовать. (В известных схемах ВУ АД автоматическая минимизация потребляемой мощности не производится, а осуществляется постоянная настройка на наиболее вероятную нагрузку).

Как видно из выражений (2) и (3), точность вычисления  $m$  зависит от точности знания  $L_m, L_r$  и  $T_r$ . Поскольку неточно вычисленное значение  $m$  поступает на вход регулятора момента, то программный ток  $i_{qp}$ , а, следовательно, и электромагнитный момент формируются с ошибкой.

*Примечание.* Используемый в известных системах ПИ-регулятор в состоянии компенсировать только постоянные составляющие возмущений  $m_l, m_f$ , входящие в уравнение (1). ПИ-регулятор совершенно не в

состоянии компенсировать ошибки в управлении, возникающие из-за неточности знания момента инерции, и переменные возмущения. Более того, при позиционном управлении с ПИ-регулятором отклонение момента инерции от его расчетного значения может привести к неустойчивости движения.

Следует отметить, что, в общем случае, все параметры и воздействия на ротор, входящие в уравнения (1)–(3), являются неизвестными. Ниже показано, каким образом в условиях указанной неопределенности можно обеспечить высокую точность, заданные показатели качества переходных процессов и минимум потребляемой мощности.

В соответствии с работами [5, 6], для компенсации влияния неопределенностей, полагается, что  $m_p, m_f, T_r$  не известны, а параметры системы неточно известны, причем

$$\begin{aligned} I &= I_0 + I_\delta, m = m_0 + m_\delta, \\ L_m &= L_{m0} + L_{m\delta}, L_r = L_{r0} + L_{r\delta}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $I_0, m_0, L_{m0}, L_{r0}$  – детерминированные части (номинальные значения), причем, для  $L_{m0}, L_{r0}$  за номинальные значения принимаются значения индуктивностей на линейном участке кривой намагничивания,  $J_\delta, m_\delta, L_{m\delta}, L_{r\delta}$  – неизвестные погрешности знания. В соответствии с (2), (3) можно записать

$$m = nL_m L_r^{-1} (L_m i_d - T_r \dot{\psi}_d) i_q. \quad (5)$$

Серьезной проблемой, стоящей на пути оптимизации системы в динамических режимах, является большая неизвестная постоянная времени  $T_r$  в (3) и (5). С целью ее компенсации, а также компенсации влияния неопределенностей, за номинальный электромагнитный момент принимается

$$m_0 = nL_{m0}^2 L_{r0}^{-1} i_d i_q. \quad (6)$$

В этом случае с учетом (4)–(6) уравнению (1) можно придать вид

$$I_0 \ddot{\Theta} = m_0 + f_m, \quad (7)$$

где неопределенность

$$\begin{aligned} f_m &:= m_\delta + m_l + m_f - I_\delta \ddot{\Theta} + \\ &+ f_1 (L_{m\delta}, L_{r\delta}, T_r \dot{\psi}_d, i_d, i_q). \end{aligned} \quad (8)$$

Уравнение (7) представляет собой уравнение полностью детерминированного объекта с номинальными параметрами, подверженного действию суммарной неопределенности  $f_m$ . Задача обеспечения робастности и высокой точности управления состоит в оценке неопределенности  $f_m$  и ее компенсации с помощью

специального слагаемого в законе управления. Неопределенность оценивается с помощью наблюдателя

$$\dot{z} = -k(z + m_0 + kI_0 \dot{\Theta}), \quad \hat{f}_m = z + kI_0 \dot{\Theta}. \quad (9)$$

Для компенсации влияния неопределенности задается комбинированный закон управления в виде

$$m_0 = m_{00} - \hat{f}_m. \quad (10)$$

Подстановка (10) в (7) дает

$$I_0 \ddot{\Theta} = m_{00} + f_m - \hat{f}_m. \quad (11)$$

При достаточно точной оценке  $\hat{f}$  неопределенности  $f$  вместо уравнения (11) можно полагать

$$I_0 \ddot{\Theta} = m_{00}. \quad (12)$$

Закон позиционного управления задается в виде

$$m_{00} = -k_0(\Theta - \Theta_p) - k_1(\dot{\Theta} - \dot{\Theta}_p) + I_0 \ddot{\Theta}_p. \quad (13)$$

При управлении только скоростью принимается следующий закон управления:

$$m_{00} = -k_0(\omega - \omega_p) - k_1 \int (\omega - \omega_p) dt + I_0 \dot{\omega}_p. \quad (14)$$

*Примечание 1.* Напоминаем, что  $\omega = \dot{\Theta}$  – скорость ротора,  $\omega_p = \dot{\Theta}_p$  – ее программное значение.

2. Интегральная часть в регуляторе (14) предназначена только для формирования заданного вида переходной характеристики. Астатизм системы обеспечивается за счет компенсирующей части  $\hat{f}_m$  в законе управления (10).

3. При работе с ограничением тока статора во избежание появления перерегулирования рекомендуется упрощенный закон управления

$$m_{00} = -k_0(\omega - \omega_p) + I_0 \dot{\omega}_p. \quad (14')$$

Путем назначения коэффициентов  $k_0, k_1$  можно задать требуемые показатели качества переходных процессов.

Из (6)–(8), (10), (12) следует, что электромагнитный момент робастен ко всем параметрам, входящим в (8), а также к изменению модуля потокосцепления ротора.

При точной оценке переменных  $\Theta$  и  $\dot{\Theta}$ , точном формировании статорных токов в соответствии с их программными значениями ( $i_d = i_{dp}, i_q = i_{qp}$ ) и при недостижении токами и напряжениями их ограничений система будет вести себя как линейная с заданными показателями качества переходных процессов вне за-

висимости от возмущений и разброса параметров электропривода.

### 3 Формирователь программных токов

Путем минимизации активной мощности, потребляемой АД, найдены следующие выражения оптимальных (программных) значений составляющих статорного тока [5, 6]:

$$\begin{aligned} i_{dp} &= \sqrt[4]{\frac{R_s + R_r L_{mr}^2}{R_s} \sqrt{\frac{|m_0|}{nL_{m0}}}}, \\ i_{qp} &= \sqrt[4]{\frac{R_s}{R_s + R_r L_{mr}^2} \sqrt{\frac{|m_0|}{nL_{m0}}}} \text{sign } m_0, \end{aligned} \quad (15)$$

где  $R_s, R_r$  – сопротивления статора и ротора,  $L_s, L_r, L_m$  – индуктивности статора, ротора и взаимная индуктивность статора и ротора,  $L_{mr} = L_m L_r^{-1}$ .

Сопротивления  $R_s$  и  $R_r$ , входящие в (15), из-за изменения температуры могут меняться в широких пределах. К счастью, из-за равенства температур ротора и статора [12–15] они меняются пропорционально. Поэтому вместо выражений (15) можно полагать

$$\begin{aligned} i_{dp} &= \sqrt[4]{\frac{R_{s0} + R_{r0} L_{mr}^2}{R_{s0}} \sqrt{\frac{|m_0|}{nL_{m0}}}}, \\ i_{qp} &= \sqrt[4]{\frac{R_{s0}}{R_{s0} + R_{r0} L_{mr}^2} \sqrt{\frac{|m_0|}{nL_{m0}}}} \text{sign } m_0, \end{aligned} \quad (16)$$

где  $R_{s0}, R_{r0}$  – известные номинальные значения сопротивлений статора и ротора, истинные значения которых неизвестны и могут меняться в широких пределах (до двух раз вверх и вниз от номинальных значений). Оптимальность программных значений статорных токов сохраняется при всех разбросах параметров. При этом выполняется замечательное по простоте соотношение между программными токами:

$$\frac{i_{dp}}{i_{qp}} = \sqrt{1 + L_{mr}^2 \frac{R_{r0}}{R_{s0}}} \text{sign } m_0, \quad (17)$$

из которого следует  $|i_{dp} i_{qp}^{-1}| = \text{const}$ . Значение программного тока намагничивания  $i_{dp}$  определяется по первому выражению в (24). Тогда программный моментный ток  $i_{qp}$  из соотношения (6) определится выражением

$$i_{qp} = \frac{m_0 L_{r0}}{n L_{m0}^2 i_{dp}}. \quad (18)$$

Выражения (16), (18) в общем случае являются нелинейными. Для линеаризации этих выражений придется оптимизировать электропотребление для одного наиболее типичного случая  $m_0$  (так делают во всех известных системах ВУ). В этом случае  $i_{dp}$  будет постоянным, а  $i_{qp}$  в соответствии с (18) будет иметь только одну переменную  $m_0$ , от которой зависит линейно.

На рис. 2 показана блок-схема регулятора электромагнитного момента и формирователя программных токов статора с помощью комбинированного регулятора момента,

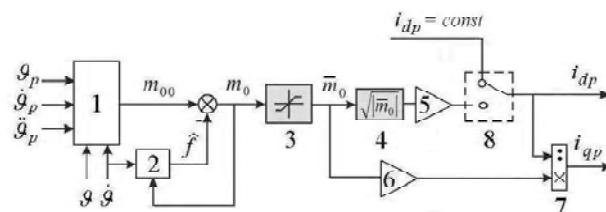


Рис. 2. Блок-схема регулятора электромагнитного момента и формирователя программных токов статора

где 1 – блок формирования закона управления  $m_{00}$  (14);

2 – блок оценки неопределенности  $\hat{f}_m$  (9);

3 – блок ограничения электромагнитного момента  $m_0$ ;

4 – блок извлечения корня квадратного;

5 – блок формирования оптимального программного тока намагничивания (16);

6 – блок формирования числителя выражения (18);

7 – блок формирования программного моментного тока (18);

8 – блок переключения с оптимального намагничивания на заранее заданное программное намагничивание;

$\vartheta, \vartheta_p$  – угол поворота ротора и его программное значение;

$\vartheta, \vartheta_p, \dot{\vartheta}, \dot{\vartheta}_p, \ddot{\vartheta}, \ddot{\vartheta}_p$  – перемещение, скорость, ускорение ротора и их программные значения;

$i_d, i_{dp}, i_q, i_{qp}$  – проекции вектора тока статора и их программных значений на оси базиса  $(d, q)$ . Остальные обозначения даны ниже.

Верхнее положение ключа предназначено для работы в режимах с быстрыми и частыми изменениями скорости ротора (при верхнем положении ключа программный ток задается постоянным). Блоки 1–2 служат для обеспечения робастности, а блоки 3–7 предназначены для минимизации потребляемой активной

мощности. Блок 8 осуществляет переключение описанных выше режимов работы. Поскольку при переменности  $i_{dp}$  блок 7 – нелинейный, то для устранения нелинейности будет рассматриваться случай  $i_{dp} = \text{const}$ .

#### 4 Регуляторы тока и напряжения

Одной из основных составляющих описанной системы и всех известных систем ВУ АД является цепь формирования программных напряжений. С помощью этих сигналов в преобразователе частоты вырабатывается напряжение, питающее электродвигатель. Исследования ВУ двигателями переменного тока показали, что в динамике системы можно выделить медленные и быстрые процессы. Медленные процессы имеют место в контурах регулирования скорости, потокосцепления, идентификации параметров и оценки скорости двигателя. Быстрой динамикой обладают контуры регулирования токов. Это дает основание исследовать контуры токов независимо от медленных процессов. Вопросам проектирования регуляторов токовых контуров в двигателях переменного тока посвящено большое количество работ. В настоящее время в качестве регуляторов тока наибольшее распространение получили ПИ-регуляторы, установленные в частях обоих контуров тока (моментного тока и тока намагничивания), описанных уравнениями в синхронном базисе, связанном с потокосцеплением ротора. В замкнутых контурах тока с ПИ-регуляторами приходится находить компромисс между быстротой действия, точностью, с одной стороны, и перерегулированием, с другой, вследствие чего быстротой действия токовых контуров ограничено. Неопределенности электродвигателя и преобразователя частоты существенно ухудшают динамические характеристики контуров тока с ПИ-регуляторами. Кроме того, между контурами токов имеют место нелинейные перекрестные связи. В системах с ПИ-регуляторами для устранения влияния перекрестных связей приходится вводить компенсирующие нелинейные перекрестные связи, усложняющие алгоритм управления. В работах [5, 7–9] предложен и исследован новый принцип управления токовыми контурами, использующий комбинированные регуляторы токов (КРТ), обеспечивающие независимую оптимизацию быстроты действия и точности, с одной стороны, и перерегулирования, с другой стороны, в условиях неопределенности параметров электродвигателя, преобразователя частоты, и аналого-цифровых преобразователей и при наличии неопределенных перекрестных связей. На рис. 3 представлена функциональная схема двух токовых контуров, выделенная из схемы рис. 1.

На рис. 3 приняты следующие обозначения:  $i_{dq p}$ ,  $\hat{i}_{dq}$  – векторы программных токов и оценки главных гармоник токов в синхронном базисе  $(d, q)$ , связанном с вектором потокосцепления ротора; (1) – ре-

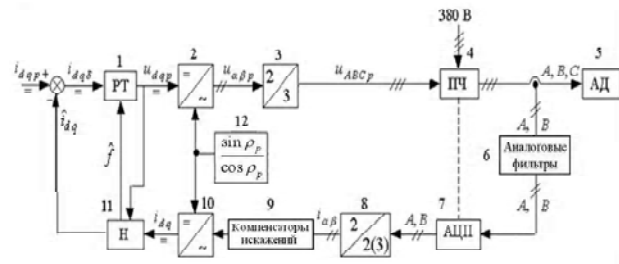


Рис. 3. Функциональная схема токовых контуров

гуляторы тока (РТ); (2) и (10) – преобразователи постоянных токов в двухфазный переменный ток и наоборот; (3) – преобразователь двухфазного тока в эквивалентный трехфазный ток; (4) – преобразователь частоты (ПЧ) с ШИМ; (5) – асинхронный двигатель (АД); (6) – аналоговые фильтры; (7) – аналого-цифровой преобразователь (АЦП); (8) – преобразователь двух фаз трехфазного тока в эквивалентный двухфазный ток; (9) – компенсаторы искажений, вызванных аналоговыми фильтрами; (11) наблюдатель неопределенности (Н);  $\sin \rho_p$ ,  $\cos \rho_p$  – направляющие косинусы базиса  $(d, q)$  в статорном базисе  $(\alpha, \beta)$ ; индекс  $p$  указывает на программные значения соответствующих переменных;  $A, B, C$  – обозначения фаз трехфазного тока;  $\hat{f}$  – вектор оценки неопределенности контуров токов.

Часть схемы левее пунктирной линии моделируется в управляющем микропроцессоре. Математическое содержание цепи правее входа звена 2 и выхода звена 10 представляет собой математическую модель цепи, состоящей из преобразователя частоты, асинхронного двигателя, аналоговых фильтров с компенсаторами искажений, которая может быть представлена в каждом из трех базисов: трехфазном  $(A, B, C)$ , статорном  $(\alpha, \beta)$  и синхронном  $(d, q)$ . В соответствии с целью статьи (получение линейной математической модели) выбирается последний базис.

ПЧ в синхронном базисе с достаточной степенью точности для данной задачи можно описать усилительным звеном с неизвестным коэффициентом усиления  $k_1$ . Влияние неизвестных бросков напряжения сети, падения напряжения на транзисторах ПЧ, запаздывания их открытия и закрытия, а также эффекта «мертвого» времени можно также учесть отклонением  $k_1$  от его номинального значения. Как показано в работе [5], аналоговые фильтры с компенсаторами, хорошо устраняя шумы, обусловленные ШИМ, не дают искажений фаз и амплитуд главных гармоник. Это означает, что при рассмотрении процессов в синхронном базисе влияние фильтров будет проявляться только в виде гашения шумов. Работа АД и ПЧ в синхронном базисе описывается следующей нелинейной системой уравнений [5, 7–9]:

$$T_r p \Psi_d = -\Psi_d + L_m i_d, \quad (19)$$

$$\sigma L_s p i_{dq} = -R_s i_{dq} - \omega_0 \sigma L_s J i_{dq} - e_{dq} + u, \quad (20)$$

$$e = \omega_0 L_{mr} J \Psi + L_{mr} p \Psi, \quad (21)$$

$$u = k_1 u_{dq p}, \quad (22)$$

где  $\Psi, i, u$  – векторы потокосцепления ротора, тока и напряжения статора, заданные в базисе  $(d, q)$ ;  $e$  – вектор противоЭДС;  $\omega_0$  – неизвестная угловая скорость вращения вектора  $\Psi$ , формирующая перекрестные связи между контурами тока;  $\sigma$  – коэффициент рассеивания;  $p$  – оператор дифференцирования; подстрочный индекс  $p$  указывает на программное значение;  $k_1$  – коэффициент передачи ПЧ, учитывающий также изменения напряжения сети;  $R_s$  – активное сопротивление всей статорной цепи;

$$T_r = \frac{L_r}{R_r}, \quad \sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}, \quad L_{mr} = \frac{L_m}{L_r}, \quad T_s' = \sigma \frac{L_s}{R_s},$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_d \\ 0 \end{bmatrix}, \quad i = i_{dq} = \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}, \quad u = u_{dq} = \begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix},$$

$$e = e_{dq} = \begin{bmatrix} e_d \\ e_q \end{bmatrix}, \quad J = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (23)$$

В (19)–(23), помимо ранее введенных обозначений  $L_s, L_r, L_m, T_s'$  – постоянная времени контура тока;  $T_r$  – постоянная времени ротора. Поскольку  $T_r \gg T_s'$ , то в (20), (21) можно полагать  $\Psi = \text{const}$ . Каждому матричному уравнению (19)–(22) соответствуют два скалярных уравнения. За счет кососимметрической матрицы  $J$  между этими уравнениями существуют перекрестные связи, ухудшающие динамику и затрудняющие синтез системы управления. Сопротивления  $R_s$  и  $R_r$ , а, следовательно,  $T_s'$  и  $T_r$  вследствие изменения температуры двигателя могут существенно меняться и принимать неизвестные значения, существенным образом влияя на динамику контуров. Слагаемые в уравнениях (20), (21), пропорциональные  $J$ , делают эти уравнения нелинейными. Система (19)–(22) не учитывает влияние нелинейных блоков 2 и 8 по двум причинам: 1) эти блоки описываются алгебраическими уравнениями, не дающими при достаточно малых тактах счета запаздывания, 2) возможные неточности вычислений в этих блоках будут входить в неопределенности и компенсироваться вместе с ними.

В работах [5, 7–9] синтезирована робастная локально декомпозированная система управления, обладающая большим по сравнению с системой с ПИ-регуляторами быстродействием при отсутствии перерегулирования.

Пусть  $R_{s0}, k_{10}, L_{s0}$  – номинальные значения соответствующих параметров, а

$$R_s - R_{s0} = R_{s\delta}, \quad k_1 - k_{10} = k_{1\delta},$$

$$L_s - L_{s0} = L_{s\delta}, \quad (24)$$

где  $R_{s\delta}, k_{1\delta}, L_{s\delta}$  – погрешности знания параметров. Следуя работам [5, 7–9], система (19)–(23) представляется в виде номинальной модели, на которую действует вектор неопределенности  $f_i$ , а именно,

$$p i = -\frac{1}{T_{s0}'} i + k_0 u_p + f_i, \quad (25)$$

$$k_0 = k_{10} (\sigma L_{s0})^{-1}, \quad (26)$$

$$f_i = k_{10}^{-1} (k_{1\delta} u_p - e - \omega_0 \sigma L_s J i - R_{s\delta} i - p i L_{s\delta}). \quad (27)$$

Все коэффициенты и переменные в (25), (26) за исключением  $p i$  и  $f_i$  считаются известными.

Задача состоит в очистке сигнала  $i$  от оставшихся после фильтрации пульсаций, обусловленных ШИМ, оценке  $f_i$  и его компенсации в регуляторе. Скалярные уравнения, соответствующие векторному уравнению (25), взаимосвязаны через  $f_i$ . При компенсации  $f_i$  уравнения будут развязаны и неопределенности не будут оказывать влияние на динамику контуров. Для каждого контура тока строится независимое управление. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать скалярные уравнения для тока намагничивания и моментного тока, по форме совпадающие с (25), а именно,

$$p i = -(T_{s0}')^{-1} i + k_0 u_p + f_i \quad (28)$$

с измерением

$$y = i. \quad (29)$$

Наблюдатель для оценки  $i$  и  $f_i$  имеет вид [5, 7–9]

$$p \hat{i} = -(T_{s0}')^{-1} \hat{i} + k_0 u_p + \hat{f}_i + l_1 (\hat{i} - i), \quad (30)$$

$$p \hat{f}_i = l_2 (\hat{i} - i). \quad (31)$$

Здесь, как и ранее, знак « $\hat{\phantom{x}}$ » указывает на оценку соответствующей переменной;  $l_1, l_2$  – постоянные коэффициенты наблюдателя. Система (30), (31) является линейной с постоянными коэффициентами, быст-

родействие которой может быть задано любым.

Комбинированный регулятор контура тока представим в виде

$$u_p = k_0^{-1} p i_p + (k_0 T'_{s0})^{-1} i_p - (q_1 + q_2 p^{-1})(\hat{i} - i_p) - \hat{f}_i, \quad (32)$$

где  $i_p$  – программное значение тока;  $q_1, q_2$  – постоянные коэффициенты.

*Примечание.* Интегральная часть в регуляторе (32) предназначена только для формирования желаемого вида переходной характеристики. Астатизм системы обеспечивается за счет компенсирующей части  $f_i$ .

Подстановка (32) в (28) с учетом соотношений

$$\hat{i} = i + \tilde{i}, \quad \hat{f}_i = f_i + \tilde{f}_i \quad (33)$$

дает уравнение динамики управляемого контура тока

$$p(i - i_p) = -(T'_{s0})^{-1}(i - i_p) - k_0(q_1 + q_2 p^{-1})(i - i_p + \tilde{i}) - \tilde{f}_i. \quad (34)$$

При правильном выборе параметров наблюдателя переменные  $\tilde{i}, \tilde{f}_i$  с течением времени стремятся к нулю. В этом случае уравнения динамики и регуляторов токов принимают вид

$$p(i - i_p) = -[(T'_{s0})^{-1} + k_0(q_1 + q_2 p^{-1})](i - i_p), \quad (35)$$

$$u_p = k_0^{-1} p i_p + (k_0 T'_{s0})^{-1} i_p - (q_1 + q_2 p^{-1})(i - i_p). \quad (36)$$

При упрощенном законе управления и точной работе наблюдателя аналогичные уравнения будут иметь вид

$$p i = -[(T'_{s0})^{-1} + k_0 q_1](i - i_p), \quad (37)$$

$$u_p = (k_0 T'_{s0})^{-1} i_p - q_1(i - i_p). \quad (38)$$

(Напомним, что уравнения (35)–(38) являются скалярными). В полной системе с учетом динамики наблюдателя и регулятора уравнения (35), (37) служат для выбора параметров регулятора. В разрабатываемой линейной системе эти уравнения будут описывать работу токового контура. Передаточная функция полной системы (35) равна единице, упрощенной системы –

$$W(p) = \frac{i}{i_p} = \frac{(T'_{s0})^{-1} + k_0 q_1}{p + [(T'_{s0})^{-1} + k_0 q_1]}. \quad (39)$$

Следует обратить внимание на то, что работа контуров тока не зависит от неидеальностей, включенных в вектор неопределенности (27), а именно,

- 1) бросков напряжения сети питания,
- 2) всех погрешностей преобразователя частоты (сопротивлений ключей, запаздываний их открытия и закрытия, мертвого времени),
- 3) перекрестных связей между моментным и намагничивающим контурами тока,
- 4) изменений (в том числе, температурных) сопротивлений контуров,
- 5) изменений индуктивностей контуров, обусловленных кривой намагничивания.

Как показало численное моделирование полной нелинейной модели систем управления токовыми контурами в составе векторного управления с учетом наилучшего сочетания неопределенностей [5], модели (35) и (37) с высокой точностью воспроизводят процесс управления в обоих контурах, обеспечивая время переходного процесса при ступенчатых изменениях программных токов  $i_{dp}, i_{dq}$ , не превышающее 0,001–0,003 с. (Время переходного процесса можно задавать и гарантировать заранее).

Из выражения (6) следует: номинальный электромагнитный момент  $m_0$  пропорционален произведению  $i_d i_q$ . Для устранения этой нелинейности принято фиксировать значение тока намагничивания путем задания  $i_{dp} = \text{const}$ , в результате чего моментный ток определится выражением (18). На основании сказанного, в дальнейшем будет полагаться  $i_d = i_{dp} = \text{const}$ . В упрощенной системе, предполагающей идеальную работу наблюдателей неопределенностей и их компенсации, уравнения (35), (37) описывают работу замкнутого контура моментного тока.

## 5 Оценка скоростей и сопротивлений

При позиционном управлении в обязательном порядке измеряется или вычисляется перемещение, по которому можно вычислить скорость. В этом случае для оценки скорости можно применить один и тот же метод, как в исходной нелинейной, так и в эквивалентной линейной системе. Проблема возникает при управлении скоростью при отсутствии информации о скорости и перемещении. В монографии [5] рассмотрено несколько методов оценки скоростей. К сожалению, среди известных методов не обнаружены методы, которые можно было бы использовать в разрабатываемой эквивалентной линейной системе. Поэтому в линейной системе скорость будет считаться известной. В связи с этим, отпадает необходимость в оценке сопротивлений статора и ротора. Поэтому, ниже приводятся методы оценки скоростей и сопротивлений, используемые в исходной нелинейной системе.

### 5.1 Оценка синхронной скорости

В полной (нелинейной) системе синхронную скорость оценивают по зависимости [5]





всех режимах работы: разгоне, стабилизации скорости под нагрузкой в двигательном и генераторном режимах и без нагрузки, реверсе и стабилизации нулевой скорости система векторного управления обеспечивает хорошее отслеживание заданной траектории. На рис. 7 показано изменение намагничивающего и моментного токов при циклограмме работы, соответствующей рис. 6. Рис. 8 иллюстрирует процесс стабилизации нулевой скорости без нагрузки и под нагрузкой в течение с 0,25 с. по 3 с. В момент времени 1,25 с происходило падение напряжения на 30 %, а на 2 с напряжение восстанавливалось. На рис. 9 показан фрагмент процесса, изображенного на рис. 8. Как следует из рис. 5–9, наброс, сброс нагрузки, провал и восстановление напряжения только кратковременно нарушают стабилизацию заданной скорости. Система является астатической по отношению к указанным воздействиям. Все вышесказанное относится к исходной нелинейной системе. Линейная модель, работая независимо, с высокой точностью воспроизводит изменение как токов, так и скорости во все моменты времени, кроме моментов скачкообразного изменения напряжения сети. Сказанное выше подтверждает возможность разрабатывать алгоритмы векторного управления асинхронным приводом с нелинейной моделью, работая с линейной моделью. При этом можно использовать хорошо разработанные простые линейные методы. Моделирование процессов с помощью линейной модели требует на порядок меньше времени, чем моделирование полной модели. Для предсказания поведения нелинейной системы при изменении приведенного момента инерции ротора на рис. 10 и 11 показаны 3 одновременно промоделированных процесса: с номинальным моментом инерции (кривые с индексом 1), в 2 раза большем (кривые с индексом 2) и в 2 раза меньшем (кривые с индексом 3). Результаты моделирования *линейной* системы свидетельствуют о робастности *нелинейной* системы по отношению к изменению приведенного момента инерции ротора.

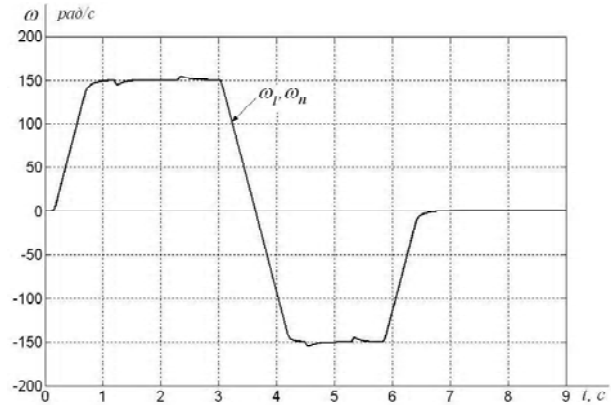


Рис. 6.

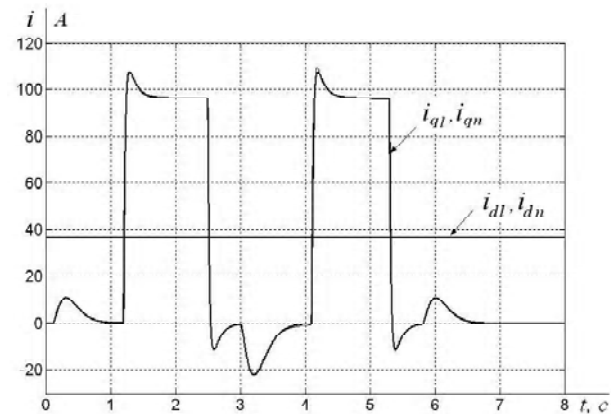


Рис. 7.

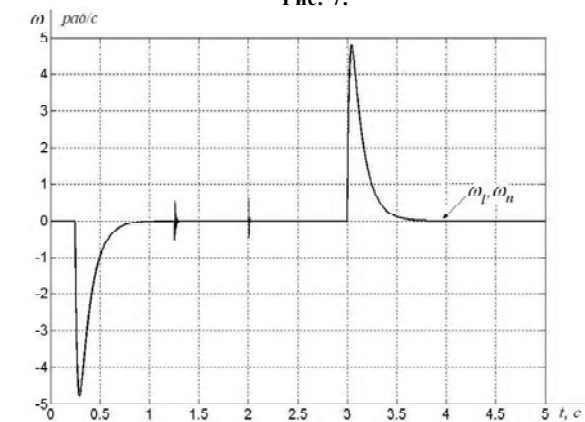


Рис. 8.

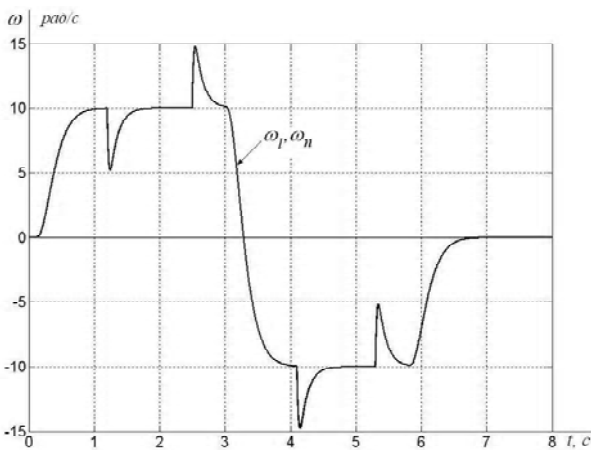


Рис. 5.

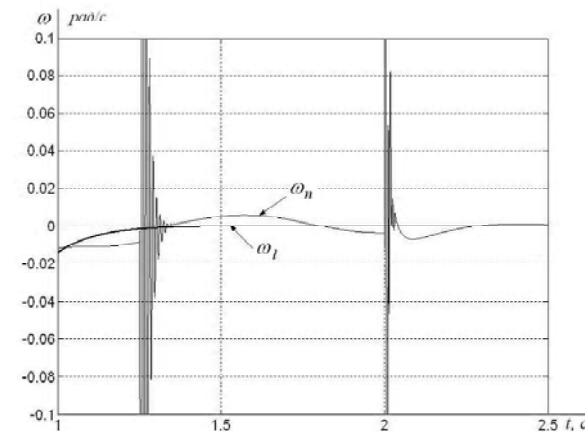


Рис. 9.

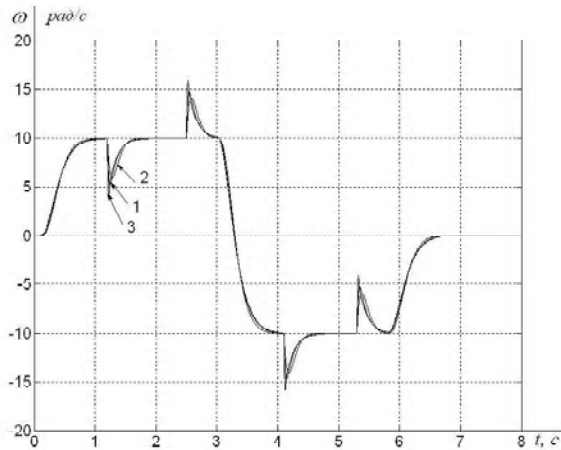


Рис. 10.

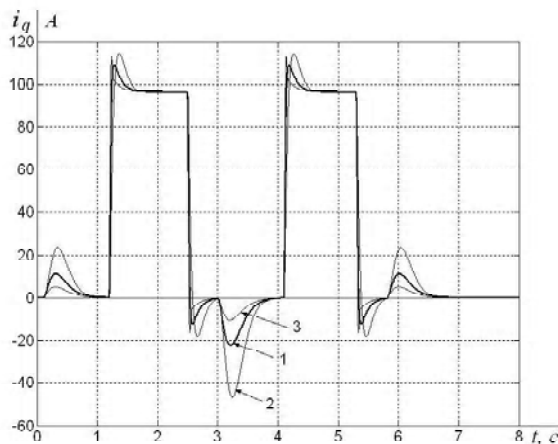


Рис. 11.

### Выводы

Для системы векторного управления АД с нелинейной математической моделью составлена простая эквивалентная математическая модель, достаточно точно описывающая работу исходной системы во всех режимах работы. Эквивалентная система сохраняет свойство робастности исходной системы по отношению к неточности знания приведенного момента инерции ротора, нагрузки, трения, сопротивлений статора и ротора, неточности формирования электромагнитного момента, бросков напряжения сети питания, всех погрешностей преобразователя частоты (сопротивлений ключей, запаздываний их открытия и закрытия, мертвого времени, нелинейности эквивалентной характеристики), перекрестных связей между моментным и намагничивающим контурами тока. Простота и линейность эквивалентной системы позволяют синтезировать законы управления исходной нелинейной системы хорошо разработанными линейными методами с существенно меньшими затратами времени на моделирование. Это особенно важно при разработке систем управления сложными динамическими объектами с помощью асинхронных двигателей. Численное модели-

рование динамики исходной нелинейной и эквивалентной линейной систем показало хорошее совпадение переходных и стационарных процессов. Разработанные линейные методы управления с небольшими доработками можно применить для управления с помощью двигателей постоянного тока и синхронных двигателей.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Синтез упрощенных структур двухмассовых электроприводов с нелинейной нагрузкой / [Акимов Л. В., Долбня В. Т., Клепиков В. Б., Пирожок А. В.]. – Харьков : НТУ «ХПИ»; Запорожье : ЗНТУ, 2002. – 160 с.
2. Борцов Ю. А. Автоматизированный электропривод с упругими связями / Ю. А. Борцов, Г. Г. Соколовский. – [2-е изд., перераб. и доп.]. – СПб. : Энергоатомиздат. Санкт-Петербург, 1992. – 288 с.
3. Li Y.-F. Sliding mode control of two-mass positioning systems / Y.-F. Li, B. Eriksson, J. Wikander // 14<sup>th</sup> World Congress of IFAC, Beijing, P.R. China, 1999. – P. 151–156.
4. Кузнецов Б. И. Синтез электромеханических систем со сложными кинематическими цепями / Кузнецов Б. И., Никитина Т. Б., Коломиец В. В. – Харьков: ХГИПУ, 2005. – 512 с.
5. Потапенко Е. М. Робастные алгоритмы векторного управления асинхронным приводом / Е. М. Потапенко, Е. Е. Потапенко. – Запорожье : ЗНТУ. – 2009. – 352 с.
6. Потапенко Е. Е. Синтез экстремального робастного управления асинхронным приводом / Е. Е. Потапенко, Е. М. Потапенко – Технічна електродинаміка. Тематичний випуск. – 2000. – Ч. 6. – С. 34–37.
7. Потапенко Е. Е. Синтез и анализ компенсаторов контуров тока асинхронных электродвигателей / Е. Е. Потапенко, Е. М. Потапенко – Матеріали 11-й міжнародної конф. по автоматическому управленню «Автоматика-2004», т. 2.– Киев, 2004. – 49 с.
8. Потапенко Є. Є. Векторне керування асинхронними двигунами / Є. Є. Потапенко. – Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня канд. техн. наук – Харків : ХНУРЕ. – 2005. – 20 с.
9. Потапенко Е. М. Синтез робастных комбинированных регуляторов токовых контуров при векторном управлении двигателями переменного тока / Е. М. Потапенко, Е. Е. Потапенко – Проблемы управления и информатики. – 2006. – № 6. – С. 69–78.
10. Потапенко Е. М. Простая система векторного управления асинхронными двигателями с клеммными измерениями / Е. М. Потапенко, Е. Е. Потапенко, А. В. Соломаха. – Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». – Харків : НТУ «ХПИ». – 2005. – № 45. – С. 134–136.
11. Потапенко Е. М. Синтез инвариантных и адаптивных к изменению сопротивления статора алгорит-

- мов векторного управління асинхронним двигателем / Е. М. Потапенко, Е. Е. Потапенко // Проблемы управления и информатики. – 2007. – № 2. – С. 16–29.
12. Kubota H. DSP-based adaptive flux observer of induction motor / Kubota H., Matsuse K. and Nakano T. – IEEE Trans. on Industry Applications. – 1993. – Vol. 29, N2. – P. 344–348.
  13. Beguenane R. Induction motor thermal monitoring by means of rotor resistance identification / R. Beguenane, M. E. H. Benbouzid – IEEE Trans. on Energy Conversion. – 1999. – Vol. 14, N3. – P. 566–570.
  14. Franceschini G. A Genetic Algorithm Approach to Design Flux Observer for Induction Servo Motors / Franceschini G., Piazzi A., Tassoni C. – In Proc. IECON '94. Italy, Bologna. Sept., 1994. – 1994. – Vol. 3. – P. 2132–2136.
  15. An extended model of induction machine for failure detection / [S. Ploix, O. Adrot, F. Kratz, C. Iung, J. Ragot]. – Preprints of IFIP / IFAC / IMACS Conf. On Control of Industrial Systems. – 1997. – Vol. 3/3. – P. 55–62.
  16. Душинова Є. В. Новий метод оцінки потокозчеплення та синхронних швидкостей асинхронного двигуна / Є. В. Душинова, А.Є. Казурова, Е. М. Потапенко. – Вісник Кременчуцького державного університету. – Кременчук: КДУ. – 2010. – Випуск 4/2010, Ч. 2. – С. 37–40.

Стаття надійшла до редакції 17.06.2010

Потапенко Е. М., Душинова Є. В., Казурова А. Є., Деев С. Г. Лінійна динамічна модель асинхронного двигуна з векторним керуванням

*Складена проста еквівалентна математична модель для системи векторного керування АД з нелінійної математичної моделлю, що досить точно описує роботу вихідної системи у всіх режимах роботи. Простота та лінійність еквівалентної системи дозволяють синтезувати закони керування вихідної нелінійної системи добре розробленими лінійними методами з істотно меншими витратами часу на моделювання. Чисельне моделювання динаміки вихідної нелінійної та еквівалентної лінійної систем показало добрий збіг перехідних і стаціонарних процесів.*

**Ключові слова:** модель, лінійність, керування.

Potapenko E. M., Dushinova E., Kasurova A., Deev S. The linear mathematical model of induction drive with vector control

*The simple equivalent mathematical model for system of vector control of induction drive with the nonlinear mathematical model, precisely enough describing work of initial system in all operating modes was made. Simplicity and linearity of equivalent system allow to synthesise laws of control of initial nonlinear system by well developed linear methods with essentially smaller expenses of time for simulation. Numerical simulation of dynamics initial nonlinear and equivalent linear systems has shown good coincidence of transitive and stationary processes.*

**Key words:** model, linearity, vector control.

УДК 621.365.32:621.3.024

С. Т. Ярымбаш канд. техн. наук, И. М. Килимник канд. техн. наук,  
Д. С. Ярымбаш канд. техн. наук

Запорожский национальный технический университет

## ОСОБЕННОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СХЕМЫ ЗАМЕЩЕНИЯ ПЕЧНОЙ ПЕТЛИ ПЕЧИ ГРАФИТАЦИИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

*Предложена методика синтеза схемы замещения печной петли печи графитации для оценки токораспределения в ее элементах, активных потерь и показателей энергоэффективности системы. Выполнено сравнение результатов моделирования с экспериментом.*

**Ключевые слова:** метод синтеза, печная петля, печь графитации, токораспределение, активные потери, энергоэффективность.

В настоящее время для обновления металлургической промышленности Украины требуется поиск новых решений в области энергоресурсосбережения. Произ-

водство электродной продукции является весьма энергозатратным, а ее конкурентоспособность на внутреннем и мировом рынках напрямую зависит от уровня

© С. Т. Ярымбаш, И. М. Килимник, Д. С. Ярымбаш 2010 р..