

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Техническое требования к системе вращения РЛС / КП «НПК «Искра», г. Запорожье – Исх. № 140/86 от 14.09.2009. – 8 с.
2. Потапенко Е. М. Робастные алгоритмы векторного управления асинхронным приводом : монография / Е. М. Потапенко, Е. Е. Потапенко. – Запорожье : ЗНТУ. – 2009. – 352 с.
3. Линейная динамическая модель АД с ВУ / [Е. М. Потапенко, Е. В. Душинова, А. Е. Казурова, С. Г. Деев] // Электротехника и электроэнергетика. – 2010. – № 2. – С. 25–36.

Надійшла до редакції 01.02.2011

**Душинова Є.В., Потапенко Є.М., Деев С.Г., Шибалкін О.Є, Шийка А.А. Електропривод повороту антени радіолокаційної станції**

*Показана можливість використання асинхронного двигуна з короткозамкненим ротором для обертання антени радіолокатора з різною швидкістю в діапазоні від нульової швидкості двигуна до подвоєної номінальної швидкості, сканування, позиціонування і синхронного обертання антен двох радіолокаційних станцій.*

**Ключові слова:** асинхронний електропривод, антена радіолокатора, обертання, сканування, позиціонування.

**Dushinova E., Potapenko E., Deev S., Shibalkin O., Shiyka A. Electric drive of radar antenna rotation**

*The authors show the possibility of using an induction motor with a squirrel cage rotor for rotating the radar antenna at different speed in the range from zero to twice the nominal speed, as well as for scanning, positioning and synchronous rotation of two radar stations antennas.*

**Key words:** induction electric drive, radar antenna, rotation, scanning, positioning.

УДК 681.5.03

Канд. техн. наук Р. С. Волянский, д-р техн. наук А. В. Садовой  
Днепропетровский государственный технический университет

## СТАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ С КВАДРАТИЧНОЙ АКТИВАЦИОННОЙ ФУНКЦИЕЙ. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

*Сформулировано условие установившейся работы замкнутой электромеханической системы с квадратичной активационной функцией. Получены уравнения для ошибок управления в установившемся режиме при использовании различных оптимальных регуляторов. Приведены картины распределения значений статических ошибок в функции от задающего воздействия, параметров объекта и регулятора.*

**Ключевые слова:** оптимальное управление, статическая характеристика, нелинейная активационная функция, ошибка управления, замкнутая электромеханическая система.

### Введение

В настоящее время уровень развития теории автоматического управления замкнутыми электромеханическими системами и возможности их практической реализации создают предпосылки для разработки и внедрения новых алгоритмов и законов управления. На смену классическим П, ПИ и ПИД [1] законам управления приходят линейные и нелинейные управления [2–4], для формирования которых используется

информация о всем векторе состояния электромеханической системы или об отдельных его компонентах [5]. Весьма распространенным является синтез управляющих воздействий на основании законов и алгоритмов нечеткой логики [6].

Несмотря на большое многообразие рассмотренных систем управления, все они отличаются экспоненциальностью протекающих переходных процессов и гарантируют требуемый запас устойчивости вплоть до

апериодического протекания переходных процессов [2]. Однако изменение координат электромеханической системы по участкам экспонент не всегда является наилучшим вследствие затягивания процессов управления. Повысить качество управления можно путем форсирования переходных процессов в системах управления, реализующих скользящие режимы высоких порядков [7]. В таких системах управляющее воздействие представляет собой не разрывной, а гладкий сигнал, который путем выбора соответствующей активационной функции обеспечивает любую желаемую траекторию движения электропривода [8]. Поэтому исследования, посвященные анализу свойств электромеханических систем управления со скользящими режимами второго порядка, являются актуальными.

Целью настоящей работы является определение и анализ выражений, описывающих статические ошибки в системах управления с квадратичной активационной функцией.

**Результаты исследования**

В качестве объекта управления примем апериодическое звено первого порядка, динамика которого описывается уравнением возмущенного движения

$$p\eta_1 = a_{11}\eta_1 + m_1U, \quad \eta_1 = y - y^*. \quad (1)$$

Воспользовавшись результатами работ [2, 9], определим оптимальное управление объектом (1)

$$U = -f(g\eta_1) = f[g(y^* - y)], \quad (2)$$

где линия равновесного состояния регулятора определяется выражением

$$S = g\eta_1 \quad (3)$$

и активационная функция имеет следующий вид:

$$f(S) = \begin{cases} \text{sign}(S), & S > 1; \\ |S|^\alpha \text{sign}(S), & S \leq 1, \alpha \in R. \end{cases} \quad (4)$$

Воспользовавшись выражениями (1)–(4), представим структурную схему замкнутой системы управления так, как показано на рис. 1.

Анализ структурной схемы, приведенной на рис. 1, показывает, что система однозначно находится в установившемся режиме

$$y(t) = \text{const} \quad (5)$$

тогда и только тогда, когда

$$\Delta = 0. \quad (6)$$

Таким образом, условием работы системы в установившемся режиме является следующее выражение:

$$\Delta = a_{11}y + m_1U = 0. \quad (7)$$

Для строгости математических выкладок отметим, что для соблюдения условия (7) необходимо потребовать, чтобы управление  $U$  было гладкой функцией в окрестностях точки установившегося режима.

Это требование автоматически выполняется для систем с гладкой активационной функцией вида (4).

Тогда с учетом алгоритма (2) выражение (7) можно представить следующим образом:

$$a_{11}y + m_1f[g(y^* - y)] = 0. \quad (8)$$

Решение уравнения (8) позволяет определить значение координаты  $y$  в установившемся режиме и найти статическую ошибку.

Покажем это на примере объекта (1) с единичными параметрами

$$m_1 = 1; \quad a_{11} = -1 \quad (9)$$

и активационной функцией типа «квадратный корень с учетом знака и насыщения»

$$f(S) = \text{sqrt}(S) = \begin{cases} \text{sign}(S), & S > 1; \\ \sqrt{|S|} \text{sign}(S), & S \leq 1. \end{cases} \quad (10)$$

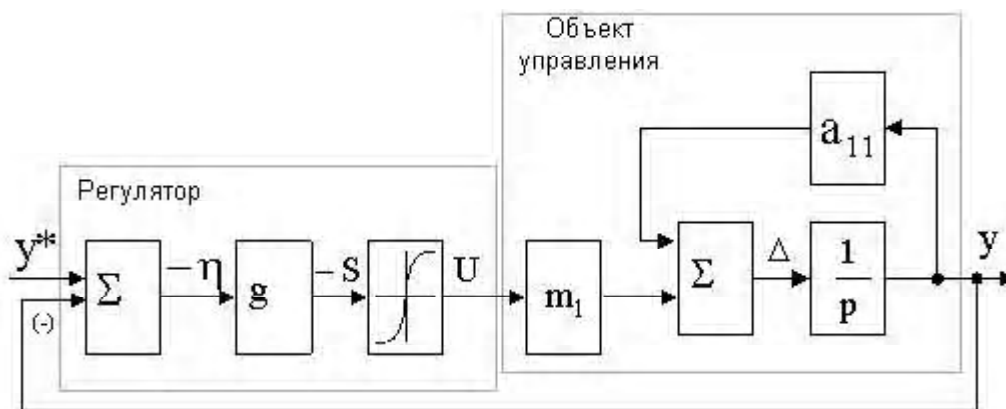


Рис. 1. Структурная схема рассматриваемой системы управления

Будем считать, что желаемое значение  $y^*$  лежит в области достижимых значений и регулятор в установившемся режиме не находится в насыщении. Тогда выражение (8) с учетом коэффициентов (9) и функции (10) можно представить следующим образом:

$$-y + \sqrt{g|y^* - y|} \operatorname{sign}(y^* - y) = 0 \quad (11)$$

или, с учетом возможных значений знака суммы  $y^* - y$ ,

$$-y \pm \sqrt{g|y^* - y|} = 0. \quad (12)$$

Решение нелинейного уравнения (12) при единичном коэффициенте усиления  $g$  независимо от знака второго слагаемого дает следующие результаты:

$$y = 0,5(1 \pm \sqrt{1 - 4y^*}), \text{ при } y^* < 0;$$

$$y = 0,5(-1 \pm \sqrt{1 + 4y^*}), \text{ при } y^* > 0;$$

$$y = 0,5(1 - \sqrt{1 - 4y^*}) = 0,5(-1 + \sqrt{1 + 4y^*}), \text{ при } y^* = 0. \quad (13)$$

Анализ выражений (13) показывает, что решения уравнения (12) следует искать в двух поддиапазонах, определяемых знаком сигнала задания. Каждому из поддиапазонов соответствуют два корня. Для выбора корректного значения переменной состояния  $y$  учтем, что под действием ограниченного по модулю управления

$$|U| \leq 1 \quad (14)$$

она также является ограниченной, т.е.

$$|y| \leq 1. \quad (15)$$

Тогда, принимая во внимание ограничение (15), корни (13) окончательно можно представить следующим образом:

$$y = 0,5(1 - \sqrt{1 - 4y^*}), \quad y^* < 0;$$

$$y = 0,5(-1 + \sqrt{1 + 4y^*}), \quad y^* > 0;$$

$$y = 0,5(1 - \sqrt{1 - 4y^*}) = 0,5(-1 + \sqrt{1 + 4y^*}), \quad y^* = 0. \quad (16)$$

Обобщая выражения (16), введем в рассмотрение следующую разрывную функцию:

$$y = 0,5(-1 + \sqrt{1 + 4|y^*|}) \operatorname{sign} y^*. \quad (17)$$

Использование функции (17) позволяет определить статическую ошибку системы управления, структура которой приведена на рис. 1, а параметры определяются зависимостями (9)

$$\Delta_1 = y^* - 0,5(-1 + \sqrt{1 + 4|y^*|}) \operatorname{sign} y^*. \quad (18)$$

Использование предложенного подхода для линейной системы, которая реализует управление

$$U = g(y^* - y) \quad (19)$$

позволяет представить уравнение (8) следующим образом:

$$-y + g(y^* - y) = 0. \quad (20)$$

Решение уравнения (20) при единичном коэффициенте усиления будет иметь вид

$$y = y^* / 2. \quad (21)$$

В этом случае статическая ошибка (18) по управляющему воздействию

$$\Delta_2 = y^* - y = 0,5 y^*. \quad (22)$$

Графики зависимости статических ошибок  $\Delta_1$  (кривая 1) и  $\Delta_2$  (кривая 2) при изменении сигнала задания  $y^*$  приведены на рис. 2, который наглядно иллюстрирует повышение на 25 % точности системы управления с нелинейной активационной функцией по сравнению с линейной системой.

При абсолютных значениях сигнала задания  $y^*$  менее 0,5 о.е. существенно увеличивается коэффициент усиления регулятора

$$K = g \left| \frac{f(S)}{S} \right|. \quad (23)$$

График изменения коэффициента  $K$  в зависимости от управляющего воздействия  $y^*$  показан на рис. 3.

Как следует из сопоставления результатов, приведенных на рис. 2 и рис. 3, нелинейность ошибки (18) является следствием существенного повышения коэффициента усиления нелинейной разомкнутой системы при малых величинах управляющего воздействия.

Приведенные выше аналитические зависимости подтверждаются приведенными на рис. 4 результатами математического моделирования систем управления объектом (1) с параметрами (9) и алгоритмами (2) (кривая 2) и (19) (кривая 1).

Как следует из анализа приведенных на рис. 4 переходных процессов, установившееся значение регулируемой координаты в линейной системе составляет 0,5 о.е., что подтверждает выражение (22). Для системы управления с нелинейной активационной функцией установившееся значение координаты  $y$  составляет 0,618, которое может быть аналитически определено при помощи выражения (17).

Подтвержденная таким образом корректность выражений (17) и (18) и породивших их предпосылок позволяет обобщить полученные результаты на случай любого произвольного коэффициента усиления  $g$ .

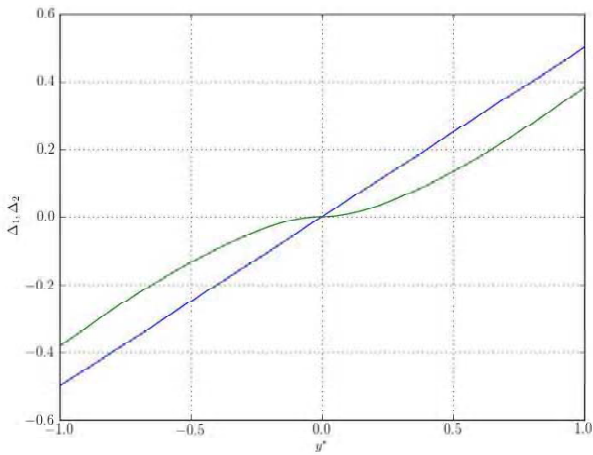


Рис. 2. Зависимости ошибок регулирования в линейной и нелинейной системах

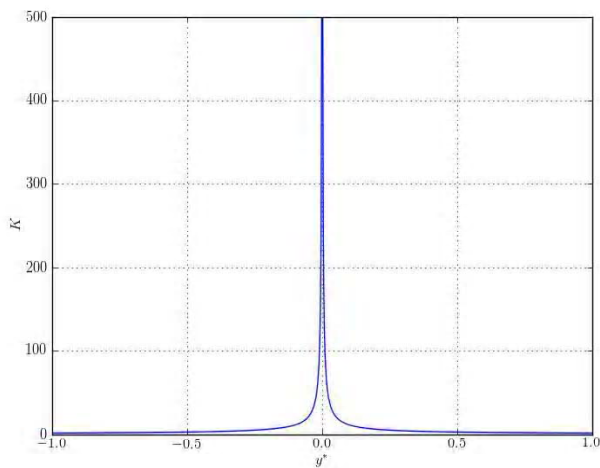


Рис. 3. Эквивалентный коэффициент усиления разомкнутой системы управления с квадратичной активационной функцией

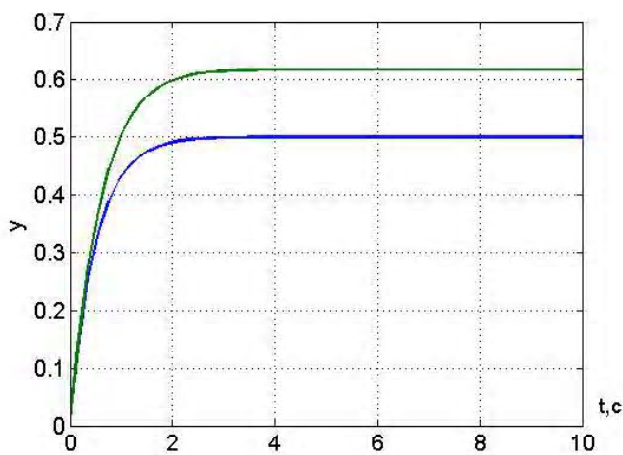


Рис. 4. Переходные процессы в линейной и нелинейной системах управления

В этом случае корни уравнения (12) в закрытой области (15) будут иметь следующий вид:

$$y = 0,5 \left( g - \sqrt{g^2 - 4gy^*} \right), y^* < 0;$$

$$y = 0,5 \left( -g + \sqrt{g^2 + 4gy^*} \right), y^* > 0;$$

$$y = 0,5 \left( -g + \sqrt{g^2 + 4gy^*} \right) = 0,5 \left( g + \sqrt{g^2 - 4gy^*} \right), \quad (24)$$

$$y^* = 0.$$

Тогда установившееся значение координаты  $y$  можно определить, используя следующую разрывную функцию:

$$y = 0,5 \left( -g + \sqrt{g^2 + 4g|y^*} \right) \text{sign } y^*. \quad (25)$$

Поле всех возможных значений координаты  $y$  при изменении входного сигнала  $y^*$  и коэффициента усиления регулятора  $g$  приведено на рис. 5.

По аналогии с выражением (18) статическую ошибку по управляемому воздействию для системы управления объектом (1) с алгоритмом (2) и активационной функцией (10) при неединичном коэффициенте усиления можно определить следующим образом:

$$\Delta = y^* - 0,5 \left( -g + \sqrt{g^2 + 4g|y^*} \right) \text{sign } y^*. \quad (26)$$

Поле, представляющее распределение статической ошибки в зависимости от сигнала задания  $y^*$  и коэффициента усиления  $g$ , показано на рис. 6.

Анализ графиков распределения установившихся значений регулируемой координаты  $y$  и статической ошибки управления  $\Delta$  по управляемому воздействию,

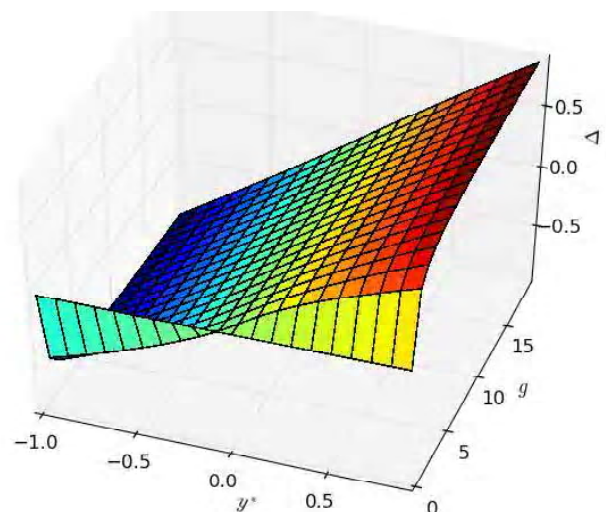


Рис. 5. Значения регулируемой координаты

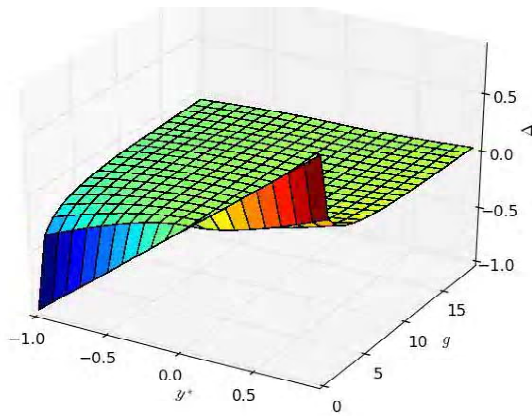


Рис. 6. Значения статической ошибки по управляющему воздействию

приведенных на рис. 5–6, показывает, что нелинейность активационной функции существенным образом проявляется при невысоких коэффициентах усиления ( $g \leq 20$ ). В этой области при линейном увеличении сигнала задания установившееся значение переменной состояния  $y$  квадратично увеличивается, а статическая ошибка  $\Delta$  квадратично уменьшается. При больших коэффициентах усиления система становится эквивалентной релейной и обеспечивает нулевую ошибку регулирования, которая не зависит существенно от величин, образующих правую часть выражения (26).

Перейдем теперь к рассмотрению самого общего случая:

$$a_{11} \neq -1, m_1 \neq 1, g \neq 1, \quad (27)$$

который характерен для большинства электромеханических систем.

Очевидно, что при выполнении условий (27) уравнение (11) можно представить следующим образом:

$$a_{11}y + m_1 \sqrt{g|y^* - y|} \text{sign}(y^* - y) = 0. \quad (28)$$

Решение этого уравнения

$$y = \frac{m_1}{2a_{11}^2} \left( -m_1g + \sqrt{m_1^2 g^2 + 4a_{11}^2 g |y^*|} \right) \text{sign } y^*. \quad (29)$$

Тогда статическая ошибка будет определяться следующим выражением:

$$\begin{aligned} \Delta = y^* - y = \\ = y^* - \frac{m_1}{2a_{11}^2} \left( -m_1g + \sqrt{m_1^2 g^2 + 4a_{11}^2 g |y^*|} \right) \text{sign } y^*. \end{aligned} \quad (30)$$

Влияние параметров  $a_{11}$  и  $m_1$  на статическую характеристику (30) показано на рис. 7, при построении которого значения коэффициента усиления регулятора  $g$  и величина сигнала задания  $y^*$  приняты единичными.

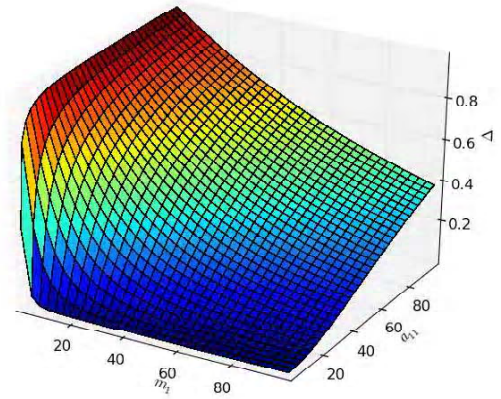


Рис. 7. Поле статических ошибок, вызванное изменением параметров объекта

Как следует из анализа распределения статической ошибки, показанного на рис. 7, увеличение коэффициента усиления  $m_1$  приводит к снижению установившейся ошибки, а усиление внутренней обратной связи объекта управления вызывает повышение ошибки. В обоих случаях характер изменения ошибки является квадратичным.

Примечательным свойством зависимостей (29) и (30) является инвариантность к знаку параметра  $a_{11}$ , определяющего знак внутренней обратной связи объекта управления. Еще одной особенностью выражений (29) и (30) является возможность их распространения на класс систем управления электромеханическими объектами произвольного порядка при условии, что их динамика описывается уравнениями

$$p\eta_j = \sum_{i=1}^n a_{ij}\eta_i + m_n U; i, j \in [1, n] \quad (31)$$

и регулятор реализует оптимальное управление, которое является функцией аддитивной формы регулируемой величины и ее старших производных:

$$U_j = -\text{sqrt} \left[ \sum_{i=1}^n V_{in} p^{i-j} \eta_j \right]. \quad (32)$$

Указанную особенность легко пояснить анализом алгоритма (32) для установившегося режима, в котором производные отклонения регулируемой величины от заданного значения обращаются в ноль, а управление (32) принимает вид

$$U_j = -\text{sqrt} [V_{jn} \eta_j] = \text{sqrt} [V_{jn} (y_j^* - y_j)] \quad (33)$$

аналогичный выражению (2).

Отметим, что в этом случае в качестве коэффициента  $g$ , входящего в выражение (30), следует принять коэффициент  $V_{jn}$ .

Кроме того, на основании выражения (30) можно определить значение установившейся ошибки управления в системах оптимального управления, алгоритмы которых используют информацию об отклонении регулируемой переменной и производных от компонент вектора состояния электромеханической системы

$$U_j = -\text{sqrt}\left[V_{1n}\eta_j + \sum_{i=j+1}^n V_{in}p\eta_i\right] \quad (34)$$

и в установившемся режиме вырождаются в управление (33).

В случае, когда оптимальное управление реализовано в пространстве отклонений координат возмущенного движения от их желаемых значений

$$U_j = -\text{sqrt}\left[\sum_{i=1}^n V_{in}\eta_i\right] \quad (35)$$

при определении статической ошибки по управлению возможны два варианта.

1. Характеристическое уравнение электромеханического объекта управления содержит один или более нулевых корней, т.е. возмущенное движение объекта управления описывается следующими уравнениями:

$$p\eta_k = \eta_{k+1}; p\eta_j = \sum_{i=1}^n a_{ij}\eta_i + m_n U; \quad i \in [1, n], j \in [1, n], k \in [1, n-1] \quad (36)$$

Замкнутая система управления, реализующая алгоритм (35), будет астатической, а значит, в статике управление (35) выродится в управление (33), что позволит использовать для определения значения установившейся ошибки выражение (30).

2. Характеристическое уравнение объекта управления, динамика которого описывается уравнениями (31), не имеет нулевых корней.

В этом случае в установившемся режиме координаты возмущенного движения связаны с регулируемой координатой коэффициентами усиления, которые определяются параметрами электропривода

$$y_j = k_i \cdot y_i \quad (37)$$

Тогда с учетом выражения (37) корректирующие жесткие обратные связи могут быть сведены к главной обратной связи с коэффициентом

$$K = 1 + \sum_{i=1, i \neq j}^n \frac{V_{in}}{k_i V_{jn}} \quad (38)$$

С учетом коэффициента (38) управление (35) в статическом режиме можно представить следующим образом:

$$U_j = \text{sqrt}\left[V_{jn}(y_j^* - K \cdot y_j)\right] \quad (39)$$

Для управления (39) и любого электромеханического объекта с учетом положительности коэффициента  $V_{jn}$  уравнение статической характеристики будет иметь вид

$$b_{11}^2 y + m_1 \sqrt{V_{jn}(y_j^* - K \cdot y_j)} \cdot \text{sign}(y_j^* - K \cdot y_j) = 0, \quad (40)$$

где коэффициент  $b_{11}$  учитывает статическую связь между координатами  $y_j$  и  $y_n$ ,

$$b_{11} = a_{11} / k_{1j}, \quad (41)$$

где

$$k_{1j} = y_j / y_n \quad (42)$$

Корнем этого уравнения является

$$y = \frac{m_1}{2b_{11}^2} \left( V_{jn} K \cdot m_1 - \sqrt{V_{jn}^2 K^2 m_1^2 + 4b_{11}^2 V_{jn} |y_j^*|} \right) \text{sign } y_j^* \quad (43)$$

На основании выражения (43) может быть определена статическая ошибка системы управления с алгоритмом (39):

$$\Delta = y^* - \frac{m_1}{2a_{11}^2} \left( V_{jn} m_1 K - \sqrt{V_{jn}^2 m_1^2 K^2 + 4V_{jn} b_{11}^2 |y_j^*|} \right) \text{sign } y_j^* \quad (44)$$

### Выводы

Как показывает анализ полученных выражений, описывающих статические свойства электромеханических систем с квадратичной активационной функцией, установившиеся значения ошибки по управляющему воздействию нелинейно зависят от сигнала задания  $y^*$ , коэффициента усиления регулятора  $g$  и параметров объекта управления. Причем эта зависимость при одинаковых параметрах линейной и нелинейной систем управления обуславливает повышенную точность электромеханической системы с квадратичной активационной функцией и позволяет путем изменения параметров регулятора получить любые желаемые статические характеристики в диапазоне от абсолютно мягких до абсолютно жестких.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ким Д. П. Теория автоматического управления. Т. 1. Линейные системы / Д. П. Ким. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 288 с.
2. Садовой А. В. Системы оптимального управления прецизионными электроприводами / А. В. Садовой, Б. В. Сушин, Ю. В. Сохина. – К. : ИСИМО, 1996. – 298 с.
3. Мирошник И. В. Теория автоматического управления. Нелинейные и оптимальные системы / И. В. Мирошник – СПб. : Питер, 2006. – 272 с.
4. Цыпкин Я. З. Релейные автоматические системы / Я. З. Цыпкин. – М. : Наука, 1974. – 576 с.

5. Башарин А. В. Управление электроприводами / А. В. Башарин, В. А. Новиков, Г. Г. Соколовский. – Л. : Энергоиздат, 1982. – 392 с.
6. Тэрано Т. Прикладные нечеткие системы / Т. Тэрано, И. Асаи, М. Сугэно. – М. : Мир, 1993. – 368 с.
7. Емельянов С. В. Новые типы обратной связи: Управление при неопределенности / С. В. Емельянов, С. К. Корвин – М. : Наука. Физматлит, 1997. – 352 с.
8. Волянский Р. С. Выбор функционала качества, минимизация которого обеспечивает возникновение скользящего режима 2-го порядка / Р. С. Волянский, С. С. Роечко, К. А. Калужный // Сборник научных трудов «Проблемы недропользования», Санкт-Петербургский государственный горный институт им. Г. В. Плеханова (технический университет) : СПб, 2010, Ч.1. – С. 208–211.
9. Волянский Р. С. Синтез оптимальной системы управления с иррациональной активационной функцией / Р. С. Волянский, А. В. Садовой // Вестник НТУ «ХПИ» «Проблемы автоматизированного электропривода» (Теория и практика), вып. 28. – 2010. – С. 49–51.

Надійшла до редакції 20.02.2011

**Волянский Р.С., Садовой О.В. Статичні характеристики електромеханічних систем з квадратичною активаційною функцією. Математичні основи**

*Сформульовано умови усталеної роботи замкненої електромеханічної системи з квадратичною активаційною функцією. Отримано рівняння для помилок керування в усталеному режимі при використанні різних оптимальних регуляторів. Наведено картини розподілу значень статичних помилок у функції від задавального впливу, параметрів об'єкта і регулятора.*

**Ключові слова:** оптимальне керування, статична характеристика, нелінійна активаційна функція, помилка керування, замкнена електромеханічна система.

**Volianskiy R., Sadovoy A. Static characteristics of electromechanical systems with quadratic activation function. Mathematical base**

*The authors state the condition of steady work of a closed loop electromechanical system with quadratic activation function. Equations are derived describing steady state control errors when different optimal regulators are used. Distribution patterns of static error values as a function of stimulus and object and regulator parameters are presented.*

**Key words:** optimal control, static characteristics, nonlinear activation function, control error, closed loop electromechanical system.

УДК 621.797

Канд. техн. наук Н. Я. Островерхов, Н. П. Бурик

Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт»

**УПРАВЛЕНИЕ КООРДИНАТАМИ ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ НА ОСНОВАНИИ КОНЦЕПЦИИ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ДИНАМИКИ ПРИ МИНИМИЗАЦИИ ЛОКАЛЬНЫХ ФУНКЦИОНАЛОВ МГНОВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ЭНЕРГИЙ**

*Указанный в заглавии метод применяется для улучшения качества управления скоростью электропривода, обеспечивает слабую чувствительность к параметрическим возмущениям и простую декомпозицию системы.*

**Ключевые слова:** концепция обратных задач динамики, желаемое качество управления, регулятор, параметрическое возмущение.

**Введение**

Одной из проблем практического применения законов управления координатами электроприводов, полученных на основании методов классической теории автоматического управления, является необходимость наличия полной и достоверной информации о струк-

туре и параметрах математической модели объекта управления, потому что эти законы по своей природе являются компенсационного типа. К примеру, передаточные функции регуляторов тока, скорости, положения и других координат электропривода, настроенные на широко применяемый модульный или симметрич-