

# I. ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

УДК 621.3.01:519.876.5

Тиховод С. М.<sup>1</sup>, Токмаков И. В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Канд. техн. наук, доцент, Запорожский национальный технический университет, Украина, E-mail: tikhovod@narod.ru

<sup>2</sup>Магистр, Запорожский национальный технический университет, Украина

## РАСЧЕТ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ УСТРОЙСТВ НА ОСНОВЕ МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СХЕМ ЗАМЕЩЕНИЯ С МАГНИТНЫМИ КОНДЕНСАТОРАМИ

*Разработана модификация магнитоэлектрических схем замещения электромагнитных устройств с использованием понятий магнитные токи и магнитные конденсаторы. Предложено использовать магнитные конденсаторы с дифференциальной емкостью. Приведен пример моделирования переходных процессов при включении силового трансформатора. По критерию устойчивости и времени моделирования использование предложенной схемы замещения превосходит существующие схемы.*

**Ключевые слова:** магнитоэлектрическая схема замещения, магнитные токи, магнитные конденсаторы.

При разработке трансформаторов и других статических электромагнитных устройств необходимо моделирование переходных электромагнитных процессов в магнитной и электрической системах этих устройств. Переходные электромагнитные процессы, приводящие к броскам тока при коммутациях, представляют опасность для трансформаторов, а также влияют на надежность релейной защиты [1]. В трансформаторах переходные процессы происходят также и в рабочих режимах, если они нагружены на преобразовательные устройства.

Существующие математические модели, позволяющие исследовать переходные и установившиеся процессы в сложных электротехнических комплексах, включающих электромагнитные устройства, требуют совершенствования. Моделирование переменных во времени электромагнитных полей в трансформаторах и реакторах возможно только в очень дорогих программных комплексах как ANSYS [2], COMSOL [3] и им подобных. Такие программные пакеты позволяют выполнять моделирование трехмерных магнитных полей в переходных режимах при условии, что к электромагнитным устройствам подключается только очень простая электрическая цепь. При этом компьютер, на котором выполняется моделирование, должен быть весьма ресурсоемким, а стало быть, дорогим. Другой отрицательной стороной этих пакетов является чрезмерно высокая стоимость лицензии.

Расчет динамических электромагнитных полей в трансформаторах, включенных в сложные электрические системы, в которых возникают коммутации, пока вообще не представляется возможным. Поэтому задачу моделирования электромагнитных полей часто сводят к задаче моделирования электромагнитных процессов в электрических и магнитных цепях. Моделирование электрических и магнитных цепей с сосредоточенными параметрами требует существенно меньших ресурсов ком-

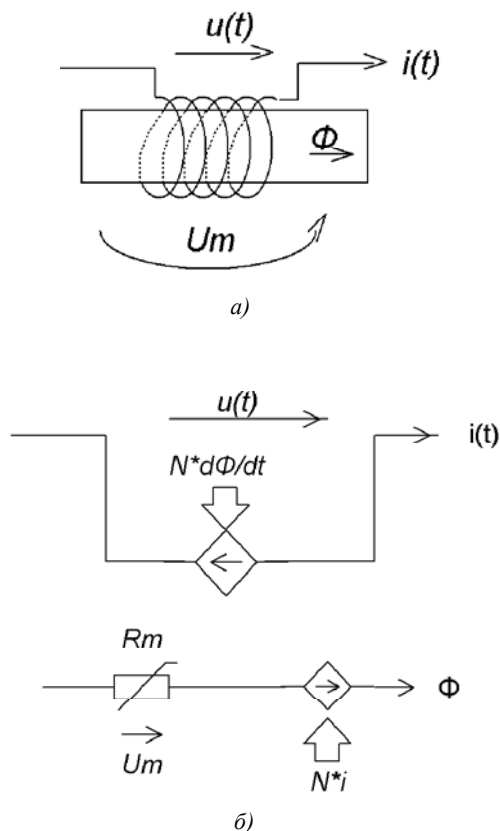
пьютера, чем моделирование полей. Объединенная магнитная и электрическая цепи составляют так называемую магнитоэлектрическую цепь, которая моделируется как единая цепь [4–11]. Следовательно, моделирование динамических процессов в электромагнитных устройствах целесообразно выполнять методами теории цепей на основе магнитоэлектрических схем замещения.

Целью данной статьи является модификация магнитоэлектрических схем замещения электромагнитных устройств и разработка на их основе математических моделей для расчета электромагнитных процессов.

Рассмотрим участок стального магнитопровода, на котором расположена катушка, по которой протекает ток (рис. 1, а). Ток  $i(t)$ , протекающий по катушке, создает согласно закону полного тока Ампера в магнитной ветви магнитодвижущую силу (МДС), равную  $N \cdot i$ , где  $N$  – число витков катушки. Магнитный поток  $\Phi$ , пересекающий витки катушки, создает в катушке ЭДС индукции, равную  $N \cdot d\Phi / dt$  (направленную согласно правилу правого винта). Таким образом, электрические и магнитные ветви связаны между собой, что можно учесть введением в схему замещения управляемых источников напряжения (рис. 1, б).

Если магнитная ветвь нелинейная, то магнитный поток  $\Phi$  зависит от магнитного напряжения  $U_m$ , согласно кривой намагничивания стали. По заданному начальному значению магнитного потока определяется значение магнитной индукции. Затем по заданной кривой намагничивания стали  $H(B)$  определяется значение напряженности  $H$  в магнитной ветви. Магнитное сопротивление вычисляется по закону Ома для магнитных цепей:

$$R_m = \frac{U_m}{\Phi} = \frac{Hl}{\Phi}. \quad (1)$$



**Рис. 1.** Схема участка магнитопровода с установленной катушкой: а) его магнитоэлектрическая схема замещения б)

Предполагается, что участок магнитопровода длиной  $l$  однородный, то есть на протяжении участка площадь его поперечного сечения  $S$  и магнитные свойства материала не изменяются.

Традиционно кривые намагничивания электротехнической стали задавались с помощью аппроксимирующих функций. В работе [12] приведено большое количество различных функций, с помощью которых можно с различной степенью точности аппроксимировать кривые намагничивания различных сталей. Однако выбор аппроксимирующей функции в те годы (1948 г.) определялся в основном возможностью получения решения в аналитической форме. В настоящее время к аппроксимирующим функциям предъявляются другие требования, так как решение ищется не в аналитической, а в численной форме. Аппроксимирующая функция должна точно воспроизводить кривую намагничивания и быть гладкой, а также должна с помощью компьютера допускать быстрое определение численными методами значения функции и ее производной при любом значении аргумента. В настоящее время требованиям, предъявляемым к аппроксимации кривых намагничивания электротехнических сталей, в наибольшей степени удовлетворяют сплайн-функции [13].

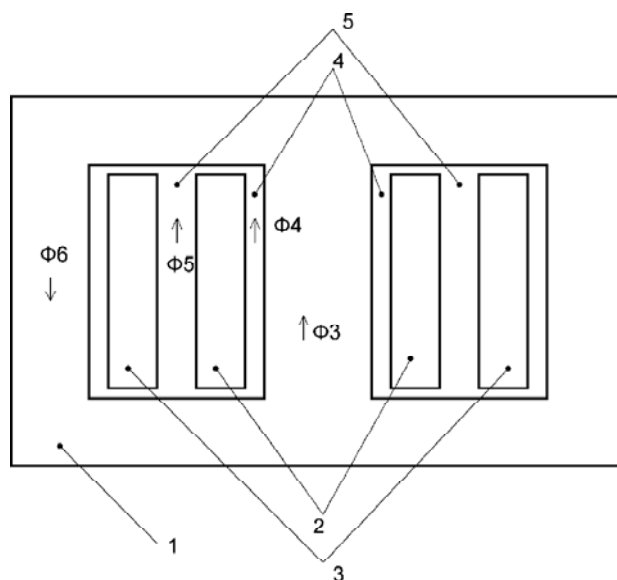
В качестве простого примера, демонстрирующего моделирование на основе магнитоэлектрических схем замещения, рассмотрим процесс подключения однофаз-

ного трансформатора к источнику синусоидального напряжения. Общий вид конструкции двухобмоточного трансформатора в разрезе представлен на рис. 2.

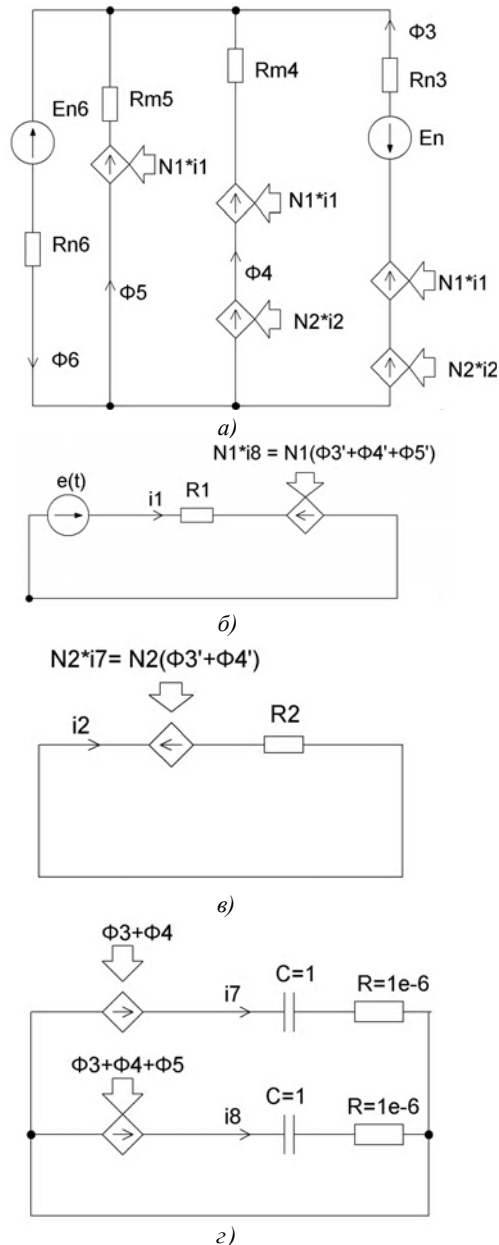
На данном рисунке указаны магнитные потоки, протекающие в элементах магнитопровода ( $\Phi_3, \Phi_6$ ) и в каналах рассеяния ( $\Phi_4, \Phi_5$ ). Магнитные сопротивления каналов рассеяния будем считать известными. Разработка метода их расчета является отдельной задачей, которой посвящены отдельные работы [14].

В соответствии с показанными на рис. 1 правилами составления магнитоэлектрических схем замещения катушек с ферромагнитными сердечниками схема замещения однофазного трансформатора имеет вид, показанный на рис. 3. Ввиду симметрии достаточно рассмотреть половину конструкции.

Схема магнитной цепи изображена на рис. 3, а. Ветвь 3 соответствует стержню. В нее включено два источника напряжения, управляемых токами обмоток 1 и 2. Так как согласно рис. 3 в ветвь каждой обмотки включается источник напряжения, управляемый производной магнитного потока, в схему замещения вводятся дифференцирующие цепочки, содержащие источники напряжения, управляемые магнитными потоками (см. рис. 3, з). Каждая дифференцирующая цепочка содержит конденсатор емкостью  $C = 1\Phi$  и весьма малое сопротивление. Следовательно, сила тока в каждой дифференцирующей цепочке равна производной магнитного потока, который управляет источником напряжения, присутствующим в данной цепочке. В воздушном зазоре между стержнем и вторичной обмоткой протекает магнитный поток  $\Phi_4$ . На этот магнитный поток влияют токи обмоток 1 и 2, что учитывается включением в эту ветвь двух источ-



**Рис. 2.** Конструкция однофазного трансформатора в разрезе: 1 – магнитопровод; 2 – вторичная обмотка; 3 – первичная обмотка; 4 – зазор между стержнем и вторичной обмоткой; 5 – зазор между первичной обмоткой и вторичной обмоткой



**Рис. 3.** Магнитоэлектрическая схема замещения однофазного трансформатора: а) магнитная цепь; б) первичная обмотка, подключенная к источнику напряжения; в) вторичная обмотка с нагрузкой; г) дифференцирующая цепочка

ников напряжения, управляемых токами обмоток 1 и 2. В промежутке между обмотками (канал рассеяния) также введен источник напряжения, управляемый током обмотки 1.

Таким образом, трансформатор, или другое статическое электромагнитное устройство, включенное в электрическую цепь, можно представить единой схемой замещения. В такой схеме замещения имеются как ветви, по которым протекают электрические токи (электрические ветви), так и ветви, по которым протекают магнитные потоки (магнитные ветви). Основные магнитные потоки, протекая через нелинейные магнитные сопро-

тивления, вызывают падения магнитных напряжений, которые равны произведению напряженности магнитного поля на длину магнитной ветви. Единая цепь удобна для формирования уравнений, описывающих электрические и магнитные процессы и их взаимную связь. Поэтому нет оснований проводить дополнительные преобразования, приводящие уравнения к чисто электрической или к чисто магнитной цепи, как это делалось в работе [15].

Поскольку электрические токи и магнитные потоки с точки зрения теории цепей равноценны, то токи и магнитные потоки в дальнейшем будут обозначаться символом «*i*» (обобщенный ток) с индексом, определяющим номер ветви в схеме.

Расчет переходного процесса в схеме замещения, представленной на рис. 3, выполняется как в обычной нелинейной электрической цепи с помощью законов Кирхгофа по известным правилам выполнения расчетов переходных процессов численными методами.

Магнитоэлектрические схемы замещения трансформаторов, включенных в сложные электрические цепи, как правило, являются жесткими цепями [16]. Известно, что для расчета переходных процессов в таких цепях наиболее подходящими являются неявные многошаговые численные методы интегрирования дифференциальных уравнений. Одним из наиболее приемлемых методов расчета динамических процессов в электрических цепях является метод Гира [16] порядка не более пяти. Более высокий порядок метода не приводит к существенному улучшению точности решения системы дифференциальных уравнений, но увеличивает время счета.

При расчете переходного процесса в качестве значения магнитного сопротивления, вычисленного по формуле (1) на  $n + 1$  шаге интегрирования, в ряде случаев берут значение, вычисленное на предыдущем шаге. Для крутоизменяемой кривой намагничивания, что является характерным для современных электротехнических сталей, такой прием может привести к значительной погрешности расчета. Для определения значения магнитного сопротивления именно на  $n + 1$  шаге необходимо использовать итерационный процесс. Этот процесс заключается в том, что по начальному значению  $R_m$  вычисляется  $U_m$ , затем  $H$ . По кривой намагничивания вычисляется  $\Phi$ , новое значение  $R_m$  и так далее, пока два смежных по итерациям значения магнитного сопротивления будут отличаться на величину, меньшую заданной погрешности. Однако итерационный процесс при использовании такой методики сходится весьма медленно, а порой вообще расходится.

По разработанной программе Tr1\_1.m выполнены расчеты переходных процессов в магнитоэлектрической цепи рис. 3. Магнитопровод трансформатора выполнен из стали марки 3408-03 с площадью поперечного сечения  $S = 0,728 \text{ м}^2$ ;  $l_3 = 0,715 \text{ м}$ ;  $l_6 = 2,0 \text{ м}$ ; Длина стержня  $l_1 = 0,715 \text{ м}$ , длина ярма  $l_2 = 2,0 \text{ м}$ . Число витков:  $N_1 = 541$ ,  $N_2 = 58$ .

Особенностью данного расчета является то, что кривая намагничивания  $B(H)$  холоднокатаной текстурованной электротехнической стали является крутоизменяющейся с ярко выраженным «коленом». Поэтому при вхождении стали в режим насыщения шаг интегрирования должен быть весьма малым ( $10^{-7}$ с) и заданная относительная погрешность должна иметь значение не более  $10^{-4}$  %. В противном случае вычислительный процесс станет расходящимся или в случае сходимости результат будет иметь недопустимую погрешность.

На рис. 4 показаны результаты расчета переходного процесса тока первичной обмотки и магнитного потока в стержне магнитопровода. Переходный процесс возникает в результате подключения в цепь источника переменного напряжения 127 кВ.

В работах [7, 8] М. А. Шакировым предложено использовать понятие магнитного тока смещения  $i^{\mu} = d\Phi / dt$  по аналогии с электрическим током смещения плотностью  $dD / dt$ . Подобно электрическому току смещения, протекающему через емкостной элемент,

магнитный ток смещения должен протекать через магнитный емкостной элемент  $C_m$ . Рассмотрим замкнутый однородный ферромагнитный магнитопровод длиной  $l$ , на котором расположена катушка, содержащая  $N$  витков. Если подключить к катушке источник переменного напряжения  $e(t)$ , то по виткам катушки потечет электрический ток  $i(t)$ . Согласно закону Ампера

$$H \cdot l = N \cdot i, \tag{2}$$

откуда после преобразования получим:

$$\Phi = \frac{Ni}{R_m}, \tag{3}$$

где  $R_m = l / (S\mu_a)$  – магнитное сопротивление.

Если считать, что магнитное напряжение приложено не к магнитному сопротивлению, а к магнитному емкостному элементу  $C_m$ , то выражение (3) примет вид:

$$\Phi = \frac{Ni}{R_m} = C_m u_{cm}, \tag{4}$$

где  $C_m = 1 / R_m$ ,  $u_{cm} = Ni$ .

Продифференцируем выражение (4):

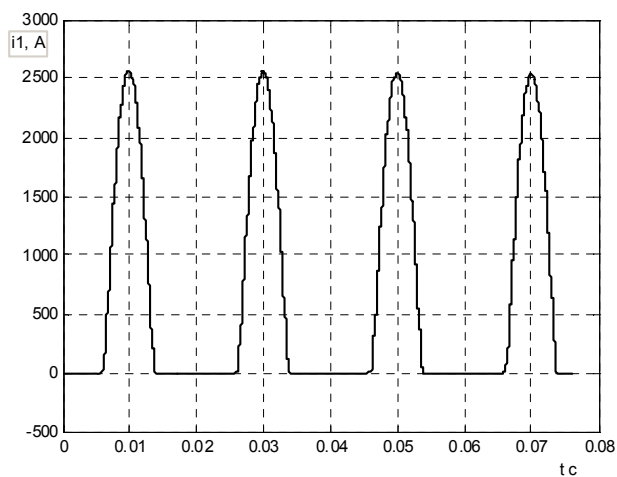
$$\frac{d\Phi}{dt} = (C_m u_{cm})' = i^{\mu}. \tag{5}$$

В выражении (5) емкость  $C_m$  является переменной величиной и ее нельзя выносить за знак производной.

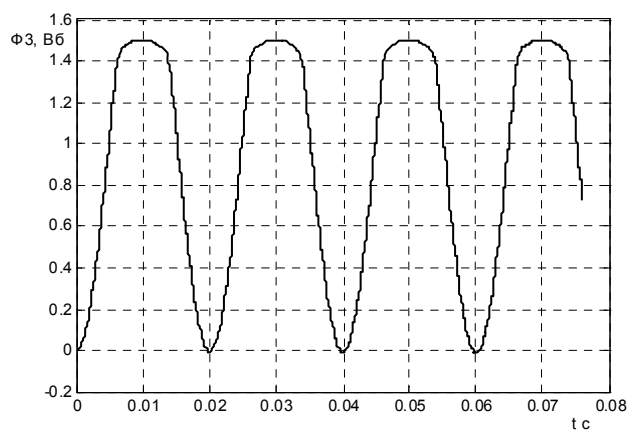
Будем интерпретировать выражение (5) следующим образом (рис. 5). В схеме замещения магнитной ветви протекает магнитный ток, равный производной магнитного потока  $d\Phi / dt$ . В магнитную ветвь включен магнитный конденсатор емкостью  $C_m$ . Влияние катушки на магнитную ветвь учтено включением в магнитную ветвь источника напряжения, управляемого током катушки с коэффициентом управления, равным числу витков  $N$ . Влияние магнитной ветви на катушку учтено включением вместо катушки источника напряжения, управляемого магнитным током с коэффициентом управления  $N$ .

В качестве примера применения схемы замещения с использованными магнитными конденсаторами рассмотрим моделирование переходного процесса при включении рассмотренного трансформатора (рис. 2). Магнитоэлектрическая схема замещения представлена на рис. 6.

Как показано в [7], включение последовательно с магнитным конденсатором резистивного элемента позволяет учитывать потери в магнитопроводе. Поэтому в каждую магнитную ветвь, наряду с магнитным конденсатором, на схеме рис. 6 введем резистивный элемент. Магнитные потоки в воздухе учтем включением линейных конденсаторов  $C_4, C_5$ .



а)



б)

Рис. 4. Расчетная осциллограмма переходного процесса: а) – тока первичной обмотки, б) – магнитного потока в стержне магнитопровода

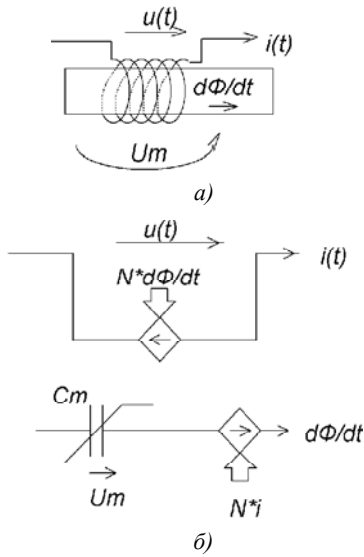


Рис. 5. Замена участка магнитопровода с установленной катушкой – а), магнитоэлектрической схемой замещения с магнитным конденсатором  $C_m$  – б)

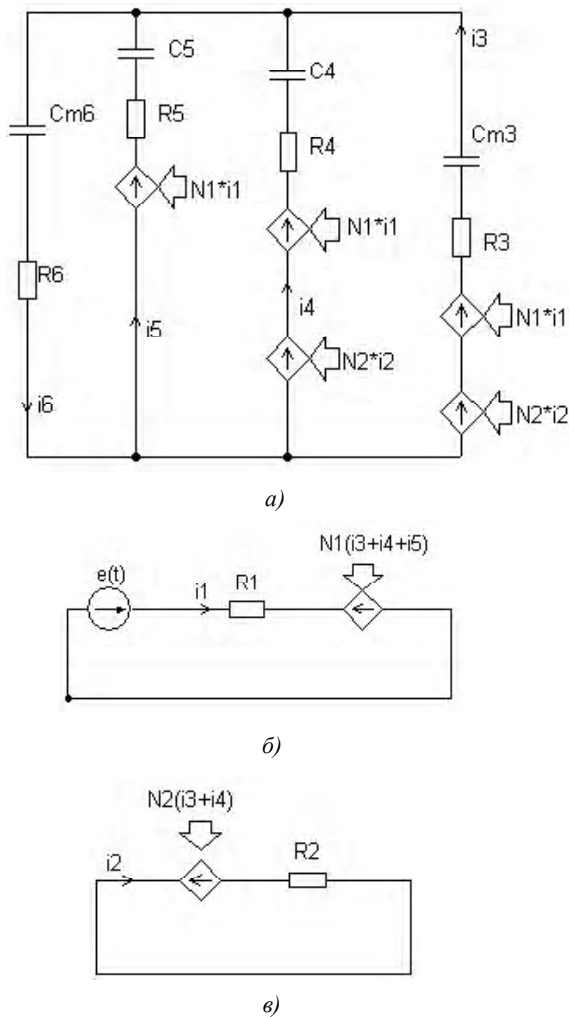


Рис. 6. Схема замещения трансформатора с магнитными конденсаторами

Составим, согласно схеме рис. 6, систему уравнений (6) по законам Кирхгофа:

$$\left. \begin{aligned} -i_6 + i_5 + i_4 + i_3 &= 0; \\ -u_{cm6} - R_6 i_6 - u_{c5} + N_1 i_1 - R_5 i_5 &= 0; \\ R_5 i_5 + u_{c5} - u_{c4} + N_2 i_2 - R_4 i_4 &= 0; \\ R_4 i_4 + u_{c4} - u_{cm3} - R_3 i_3 &= 0; \\ R_1 i_1 + N_1 i_3 + N_1 i_4 + N_1 i_5 &= e(t); \\ R_2 i_2 + N_2 i_4 + N_2 i_3 &= 0; \\ C_{m3} u_{cm3} &= \Phi_3; \\ C_{m6} u_{cm6} &= \Phi_6. \end{aligned} \right\} (6)$$

Уравнение 1 в системе (6) составлено согласно закону токов Кирхгофа, а уравнения 2–6 в системе (6) составлены согласно закону напряжений Кирхгофа. Уравнения 7–8 связывают магнитные токи, протекающие через магнитные конденсаторы, с магнитными напряжениями на них. Ввиду того, что в уравнении (5) под знаком дифференцирования оказалось произведение напряжения на магнитном конденсаторе на его емкость, то есть магнитный поток, то в качестве переменной состояния следует брать именно магнитный поток, а не напряжение на магнитном конденсаторе.

Алгоритм расчета переходных процессов по схеме замещения, изображенной на рис. 6, во многом совпадает с алгоритмом расчета переходных процессов для схемы замещения, изображенной на рис. 3. Согласно этому алгоритму составлена программа Tr1\_4\_1.m для моделирования динамических электромагнитных процессов в линейных цепях с постоянным шагом интегрирования. Расчет рассмотренного примера по программе Tr1\_4\_1.m показывает, что можно добиться, чтобы графики зависимости от времени всех переменных незначительно отличались от соответствующих графиков, полученных с помощью расчета по программе Tr1\_1.m. Однако важно отметить, что вычислительный процесс, выполняемый по программе Tr1\_4\_1.m неустойчив. Сходимости вычислительного процесса и положительного результата можно добиться, только задавая весьма малый шаг интегрирования ( $10^{-8}$ с). М. А. Шакиров успешно применял данный метод для моделирования условно синусоидальных процессов в магнитоэлектрических цепях в комплексной форме. При расчетах переходных процессов в нелинейных магнитоэлектрических цепях матрицы оказываются плохо обусловленными [10]. Поэтому данный метод для расчетов переходных процессов в нелинейных магнитоэлектрических цепях рекомендован быть не может.

Магнитоэлектрическая схема замещения с магнитными конденсаторами, представленная на рис. 6, обладает хорошей компактностью по сравнению со схемой замещения, рассмотренной на рис. 3. При этом возможна оценка потерь в стали, которые приравниваются потерям в резистивных элементах, включаемых в магнитную цепь.

Усовершенствуем данную схему замещения, чтобы избавиться от присущих ей недостатков. Для замкнутого ферромагнитного магнитопровода длиной  $l$ , на котором расположена катушка, содержащая  $N$  витков, справедливо выражение (2). Продифференцируем выражение (2) по времени:

$$\frac{dH}{dB} \frac{dB}{dt} l = N \frac{di}{dt}. \quad (7)$$

Преобразуем выражение (7), используя обозначение дифференциальной магнитной проницаемости  $\mu^d = dB/dH$ :

$$\frac{l}{S\mu^d} \frac{d\Phi}{dt} = N \frac{di}{dt}, \quad (8)$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения магнитопровода.

Уравнение (8) представим в виде, обозначив производную по времени штрихом:

$$R^d \Phi' = Ni', \quad (9)$$

где введено дифференциальное магнитное сопротивление

$$R^d = \frac{l}{\mu^d S}. \quad (10)$$

Согласно выражению (9) можно записать:

$$\Phi' = \frac{Ni'}{R^d} = i^\mu. \quad (11)$$

Преобразуем формально выражение (11), введя дифференциальную емкость

$$i^\mu = \Phi' = C_m^d \frac{du_{cm}}{dt}, \quad (12)$$

где дифференциальная емкость магнитного конденсатора определяется выражением:

$$C_m^d = \frac{\mu^d S}{l}. \quad (13)$$

Будем интерпретировать выражение (12) так же как и выражение (5) с той лишь разницей, что в магнитоэлектрической схеме замещения, показанной на рис. 6, будем использовать магнитный конденсатор с дифференциальной емкостью.

При этом следует отметить, что в выражении (12) дифференциальная емкость магнитного конденсатора  $C_m^d$  не входит под знак производной по времени, как в выражении (5). Это дает основания рассматривать напряжение на магнитном конденсаторе как самостоятельную переменную состояния.

В качестве примера применения рассмотренной схемы замещения с включенными магнитными конденсаторами с дифференциальной емкостью рассмотрим моделирование переходного процесса при включении трансформатора, рассмотренного в предыдущем примере (рис. 2). Магнитоэлектрическая схема замещения представлена на рис. 6.

Система уравнений, составленная по законам Кирхгофа согласно схеме рис. 2 с использованием предложенного метода, отличается от системы (6) последними двумя уравнениями, которые имеют вид:

$$\begin{aligned} C_{m3}^d \frac{du_{cm3}}{dt} - i_3 &= 0; \\ C_{m6}^d \frac{du_{cm6}}{dt} - i_6 &= 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Объединенный вектор всех переменных имеет вид:

$$\mathbf{X}_t = \begin{bmatrix} \mathbf{X}'_S \\ \mathbf{X}_S \\ \mathbf{X}_Z \end{bmatrix}, \quad (15)$$

где  $\mathbf{X}_S, \mathbf{X}_Z$  – векторы переменных состояния и зависимых переменных:

$$\mathbf{X}_S = \begin{bmatrix} u_{cm3} \\ u_{cm6} \\ u_{c4} \\ u_{c5} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{X}_Z = \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix}; \quad (16)$$

$\mathbf{X}'_S$  – вектор производных по времени переменных состояния.

С учетом системы уравнений (6) и выражений (14) при использовании вектора всех переменных  $\mathbf{X}_t$  (15) система уравнений в матричной форме имеет вид:

$$\mathbf{M}_K \cdot \mathbf{X}_t = \mathbf{F}_K, \quad (17)$$

где

$$\mathbf{M}_K = \begin{bmatrix}
 u'_{cm3} & u'_{cm6} & u'_{c4} & u'_{c5} & u_{cm3} & u_{cm6} & u_{c4} & u_{c5} & i_1 & i_2 & i_3 & i_4 & i_5 & i_6 \\
 & & & & & -1 & & -1 & N_1 & & & & -R_5 & -R_6 \\
 & & & & & & -1 & 1 & & N_2 & & -R_4 & R_5 & \\
 & & & -1 & & & 1 & & & & -R_3 & R_4 & & \\
 & & & & & & & & R_1 & & N_1 & N_1 & N_1 & \\
 & & & & & & & & & R_2 & N_2 & N_2 & & \\
 C_{m3} & & & & & & & & & & -1 & & & \\
 & C_{m6} & & & & & & & & & & & & -1 \\
 & & C_4 & & & & & & & & & -1 & & \\
 & & & C_5 & & & & & & & & & -1 & 
 \end{bmatrix}; \quad (18)$$

$$\mathbf{F}_K = [0 \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid e(t) \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid 0 \mid 0]^T. \quad (19)$$

Объединим матричное уравнение (17) с матричным уравнением численного метода Гира (в которое входит четыре уравнения по числу переменных состояния) в единую систему уравнений, то получаем линейное матричное уравнение относительно токов, напряжений и производных переменных состояния на  $k$ -м шаге интегрирования:

$$\mathbf{M}_G \cdot \mathbf{X}_t = \mathbf{F}_G, \quad (20)$$

где  $\mathbf{M}_G$  – матрица  $\mathbf{M}_K$  с присоединенными строками метода Гира;  $\mathbf{F}_G$  – вектор  $\mathbf{F}_K$  с присоединенными строками метода Гира.

Данная методика апробирована с помощью составленной программы Tr1\_4\_2.m при использовании метода Гира до четвертого порядка [15] по следующей последовательности действий:

1. Ввод исходных данных.
2. Задание начальных значений времени  $t = 0$ , счетчика  $m$  шагов интегрирования, независимых начальных условий  $\mathbf{X}_S$  (16) и начальных значений магнитных потоков  $\Phi_3, \Phi_6$ .
3. Согласно (13) вычисление дифференциальных емкостей магнитных конденсаторов  $C_{m3}^d, C_{m6}^d$ .
4. Формирование матрицы  $\mathbf{M}_G$ .
5. Вычисление вектора правой части  $\mathbf{F}_G$ . В 5-й строке задается значение ЭДС источника при  $t = 0: e(0)$ ; в 11-й и 12-й строках зададим начальные значения напряжений на магнитных конденсаторах; в 13-й и 14-й строках зададим начальные значения напряжений на конденсаторах  $C_4, C_5$ .
6. Согласно (20) вычисление  $\mathbf{X}_{t(0)}$ , производных переменных состояния и зависимых начальных условий и при  $t = (0): \mathbf{X}_t = \mathbf{M}_G \setminus \mathbf{F}_G$  при шаге  $h = 0$ .
7. Сохранение полученных решений в массиве решений  $\mathbf{X}$ .
8. Изменение текущего времени на шаг интегрирования  $t = t + h$ , увеличение значения счетчика шагов интегрирования  $m = m + 1$ .
9. Сохранение значений переменных состояния и значений магнитных потоков.
10. Организация итерационного цикла для вычисления переменных параметров.

11. По значениям магнитных потоков  $\Phi_3, \Phi_6$ , полученных на предыдущем шаге интегрирования, произведем согласно (13) вычисление дифференциальных емкостей магнитных конденсаторов  $C_{m3}^d, C_{m6}^d$  при использовании сплайн-аппроксимации кривой намагничивания стали.

12. Сохранение текущих значений дифференциальных емкостей магнитных конденсаторов  $C_{m3}^d, C_{m6}^d$  под именами  $C_{m3\_}^d, C_{m6\_}^d$ .

13. Корректировка матрицы  $\mathbf{M}_G: \mathbf{M}_G(7,1) = C_{m3}^d; \mathbf{M}_G(8,2) = C_{m6}^d$ . Последние четыре строки заполняются согласно методу Гира, причем порядок метода Гира равен номеру шага интегрирования, но не больше четырех.

14. Вычисление вектора правой части  $\mathbf{F}_K \cdot \mathbf{F}_K(5) = e(t)$ . Последние четыре строки заполняются согласно методу Гира.

15. Вычисление вектора текущего решения уравнения (20):  $\mathbf{X}_t = \mathbf{M}_G \setminus \mathbf{F}_G$ .

16. Вычисление значений магнитных потоков  $\Phi_3, \Phi_6$  численным методом трапеций.

17. Вычисление относительной погрешности расчета дифференциальных емкостей на смежных итерациях:

$$er = \frac{\sum_{k=1}^2 |C_m^d(k) - C_m^d(k)|}{\sum_{k=1}^2 |C_m^d(k)|}.$$

18. Если погрешность  $er$  меньше заданной величины  $\varepsilon$ , то производится запись результатов в массив решений  $\mathbf{X}$ , сохраняются значения переменных состояния и выполняется переход на п. 8. В противном случае вычисляются магнитные потоки, и выполняется переход на п. 11.

Вычисления ведутся в цикле переходом на п. 8. Если текущее время  $t_k$  станет равным или большим заданного времени исследования переходного процесса, то выполнение программы прекращается.

Расчет рассмотренного примера по программе Tr1\_4\_2.m показывает, что графики зависимости от времени всех переменных имеют расхождение не более 0,01 % с соответствующими графиками, полученными с помо-

щью расчета по программе Tr1\_1.m. Следует отметить, что вычислительный процесс, выполняемый по программе Tr1\_4\_2.m устойчив и его быстродействие более чем в четыре раза выше по сравнению с вычислительным процессом, выполняемым по программе Tr1\_1.m. В программе Tr1\_4\_2.m возможен учет потерь в магнитопроводе, чего нет в программе Tr1\_1.m.

В качестве более сложного примера применения рассмотренной схемы замещения с включенными магнитными конденсаторами с дифференциальной емкостью проведено моделирование переходного процесса при включении трехфазного пятистержневого трансформатора. Система уравнений, составленная по схеме замещения такого трансформатора, имеет вид более сложный, чем система (6) и имеет порядок, равный 45. Составление таких уравнений «вручную» затруднительно и не может быть рекомендовано для рядовых исследователей. Поэтому актуальной является задача разработки универсальной системы моделирования сложных электромагнитных устройств на основе магнитоэлектрических схем замещения.

### ВЫВОДЫ

Рассмотренные в статье различные магнитоэлектрические схемы замещения могут успешно применяться для расчета динамических процессов токов и магнитных потоков в трансформаторах и других электромагнитных устройствах. Наиболее эффективной магнитоэлектрической схемой замещения является схема, использующая магнитные токи и магнитные конденсаторы с дифференциальной емкостью (усовершенствованный метод Шакирова). Вычислительный процесс, выполняемый по программе согласно такой модели, обладает лучшей устойчивостью и быстродействием по сравнению с вычислительным процессом, выполняемым согласно другим рассмотренным моделям. При этом возможен учет потерь в магнитопроводе.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вольдек А. И. Электрические машины / А. И. Вольдек. – Л. : Энергия, 1974. – 840 с.
2. Буль О. Б. Методы расчета магнитных систем электрических аппаратов : Программа ANSYS : учебное пособие / О. Б. Буль. – М. : Академия, 2009. – 288 с.
3. COMSOL Multiphysics (Femlab). – [Электронный ресурс]. – режим доступа: <http://matlab.exponenta.ru/femlab>.
4. Дмитриев М. В. Моделирование переходных процессов в электрической сети, содержащей трансформаторы при учете конфигурации их магнитной системы / М. В. Дмитриев, Г. А. Евдокунин // Известия РАН Сер. Энергетика. – 2009. – № 2. – С. 37–48.
5. Метод расчета на ЭВМ электромагнитных переходных процессов в ферромагнитных устройствах с

произвольной структурой магнитной и электрической цепей / [Евдокунин Г. А., Коршунов Е. В., Сепинг Э. А., Ярвик Я. Я.] // Электротехника. – 1991. – № 2. – С. 56–59.

6. Евдокунин Г. А. Трансформаторы в электрической сети моделирование переходных процессов с учетом конфигурации магнитной системы / Г. А. Евдокунин, М. Дмитриев // Новости электротехники. – 2008. – № 5. – С. 1–13.
7. Шакиров М. А. Магнитоэлектрические схемы замещения катушек индуктивности и трансформаторов / М. А. Шакиров // Электричество. – 2003. – № 11. – С. 34–45.
8. Шакиров М. А. Анализ неравномерности распределения магнитных нагрузок и потерь в трансформаторах на основе магнитоэлектрических схем замещения / М. А. Шакиров // Электричество. – 2005. – № 11. – С. 15–27.
9. Александров Г. Н. Исследование переходных режимов работы управляемого шунтированного компенсатора трансформаторного типа с помощью магнитоэлектрических схем замещения / Г. Н. Александров, М. А. Шакиров // Электричество. – 2005. – № 6. – С. 20–32.
10. Шакиров М. А. Расчет несимметричных режимов работы трансформаторов с учетом намагничивания стали. // Электричество. – 2006. – № 6. – С. 21–33.
11. Elleuch M. Three phase, three limb transformer model for switching transient calculations. Part 1: Parameter definition and identification. / M. Elleuch, M. Poloujadoff // Acta Technica Csav. – 1988. – No. 1. – P. 100–117.
12. Бессонов Л. А. Электрические цепи со сталью / Л. А. Бессонов. – М. -Л. : ГЭИ, 1948. – 376 с.
13. Маляр В. С. Апроксимация характеристик намагничивания электротехнических сталей сплайнами другого порядка. / В. С. Маляр, І. А. Добушовська // Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Електроенергетичні та електромеханічні системи. – 2010. – № 671. – С. 67–71.
14. Тиховод С. М. Расчет индуктивностей обмоток трансформатора, обусловленных магнитными потоками в воздухе. / С. М. Тиховод, Г. Н. Романиченко, И. О. Афанасьева // Веснік КНУ. Електромеханічні і енергозберігаючі системи. – 2011. – № 3. – С. 149–154.
15. Липман А. А. «Электрическая» и «магнитная» схемы электромагнитной цепи. / А. А. Липман // Электричество. – 1974. – № 7. – С. 65–68.
16. Chua L. O. Computer Aided Analysis of Electronic Circuits: Algorithms and Computational Techniques / L. O. Chua, P. M. Lin. – Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1975. – 640 p.

*Стаття надійшла до редакції 14.01.2013.  
Після доробки 29.01.2013.*

Тиховод С. М.<sup>1</sup>, Токмаков И. В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Канд. техн. наук, доцент, Запорізький національний технічний університет, Україна

<sup>2</sup>Магістр, Запорізький національний технічний університет, Україна

### РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПРИСТРОЯХ НА ОСНОВІ МАГНІТОЕЛЕКТРИЧНИХ СХЕМ ЗАМІЩЕННЯ З МАГНІТНИМИ КОНДЕНСАТОРАМИ



Розроблена модифікація магнітоелектричних схем заміщення електромагнітних пристроїв з використанням поняття магнітні струми і магнітні конденсатори. Запропоновано використовувати магнітні конденсатори з диференціальною ємністю. Приведений приклад моделювання перехідних процесів при включенні силового трансформатора. По критерію стійкості і часу моделювання використання запропонованої схеми заміщення перевершує існуючі схеми.

**Ключові слова:** магнітоелектрична схема заміщення, магнітні струми, магнітні конденсатори.

Tykhovod S. M.<sup>1</sup>, Tokmakov I. V.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ph.D. of engineering science, Zaporizhzhya National Technical University, Ukraine

<sup>2</sup>Magistr, Zaporizhzhya National Technical University, Ukraine

#### CALCULATION OF TRANSIENT PROCESSES OF ELECTROMAGNETIC DEVICES BASED ON THE MAGNETOELECTRIC EQUIVALENT CIRCUITS CONTAINING MAGNETIC CAPACITORS

For dynamic processes modeling in magnetic and electrical systems of transformers and other electromagnetic devices the effective method of electrical and magnetic circuits in united arrangement is used. The scheme of such circuits is termed as the magnetolectric equivalent circuit of the electromagnetic device. The classical magnetolectric equivalent circuit of electromagnetic devices denotes that the magnetic fluxes are flowing in magnetic branches, and the electric currents are flowing in electrical branches. The equivalent circuit choice essentially influences upon the efficiency of modeling. In this paper the original magnetolectric equivalent circuit using concepts «magnetic currents» and «magnetic capacitors» (Shakirov method) is considered. The computing process realized according to such model is unstable. Therefore the given method can't be recommended for transient analyses in nonlinear magnetolectric circuits. Modeling modification of Shakirov magnetolectric equivalent circuit is offered with the purpose of efficiency improvement. «Magnetic currents» and «magnetic capacitors» with differential capacitance are used in the offered magnetolectric equivalent circuit. The computing process according to such model has the best stability and fast operation than the computing process according to another magnetolectric equivalent circuits. The merit of such method is possibility of joining-up magnetic resistance elements to equivalent circuit. The resistances of ones could be chosen taking into consideration the equivalence of losses in magnetic resistors end magnetic system. Modeling of transients at switch on regime of the power transformer is given as an example.

**Keywords:** magnetolectrical equivalent circuits, magnetic currents, magnetic capacitors.

#### REFERENCES

- Voldek A. I. Elektricheskie mashiny. Leningrad, Energiya, 1974, 840 p.
- Bul O. B. Metody rascheta magnitnykh sistem elektricheskikh apparatov, programma ansys, Uchebnoe posobie. Moscow, Akademiya, 2009, 288 p.
- Comsol multiphysics (femlab)., [Elektronnyj resurs], rezhim dostupa: <http://matlab.exponenta.ru/femlab>.
- Dmitriev M. V., Evdokunin G. A. Modelirovanie perekhodnykh protsessov v elektricheskoy seti, sodержashej transformatory pri uchete konfiguratsii ikh magnitnoj sistemy, *Izvestiya ran ser. Energetika*, 2009, No. 2, pp. 37–48.
- Evdokunin G. A. Korshunov E. V., Sepping E. A., Yarvik Ya. Ya. Metod rascheta na evm elektromagnitnykh perekhodnykh protsessov v ferromagnitnykh ustrojstvakh s proizvolnoj strukturoj magnitnoj i elektricheskoy tsepej, *Elektrotehnika*, 1991, No. 2, pp. 56–59.
- Evdokunin G. A., Dmitriev M. V. Transformatory v elektricheskoy seti modelirovanie perekhodnykh protsessov s uchedom konfiguratsii magnitnoj sistemy, *Novosti elektrotehniki*, 2008, No. 5, pp. 1–13.
- Shakirov M. A. Magnitoelektricheskie skhemy zamescheniya katushek induktivnosti i transformatorov, *Elektrichestvo*, 2003, No. 11, pp. 34–45.
- Shakirov M. A. Analiz neravnomernosti raspredeleniya magnitnykh nagruzok i poter v transformatorakh na osnove magnitoelektricheskikh skhem zamescheniya. *Elektrichestvo*, 2005, No. 11, pp. 15–27.
- Aleksandrov G. N., Shakirov M. A. Issledovanie perekhodnykh rezhimov raboty upravlyaemogo shuntirovannogo kompensatora transformatornogo tipa s pomoschyu magnitoelektricheskikh skhem zamescheniya, *Elektrichestvo*, 2005, No. 6, pp. 20–32.
- Shakirov M. A. Raschet nesimmetrichnykh rezhimov raboty transformatorov s uchedom namagnichivaniya stali, *Elektrichestvo*, 2006, No. 6, pp. 21–33.
- Elleuch M., Poloujadoff M. Three phase, three limb transformer model for switching transient calculations. Part 1: Parameter definition and identification. *Acta Technica Csav*, 1988, no. 1, pp. 100–117.
- Bessonov L. A. Elektricheskie tsepi so stalju. Moskva-Leningrad, GEI, 1948, 376 p.
- Malyar V. S., Dobushovska A. Aproksimatsiya kharakteristik namagnchuvannya elektrotekhnikh stalej splajnami drugogo poryadku, *Visnik nationalnogo unversitetu «Lvivska politehnika»*. *Elektroenergetichni ta elektromekhanichni sistemi*, 2010, No. 671, pp. 67–71.
- Tikhovod S. M., Romanichenko G. N., Afanaseva I. O. Raschet induktivnostej obmotok transformatora, obuslovlennykh magnitnymi potokami v vozdukh, *Vesnik KNU. Elektromekhanichni energozbergayuchi sistemi*, 2011, No. 3, pp. 149–154.
- Lipman A. A. «Elektricheskaya» i «magnitnaya» skhemy elektromagnitnoj tsepi, *Elektrichestvo*, 1974, No. 7, pp. 65–68.
- Chua L. O., Lin P. M. Computer Aided Analysis of Electronic Circuits : Algorithms and Computational Techniques. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1975, 640 p.