

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЯХ НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПОЛИНОМОВ ЧЕБЫШЁВА

Статья посвящена разработке численного метода ускоренного расчета электромеханических переходных процессов в асинхронных двигателях, что является актуальной задачей. Электромеханические переходные процессы могут быть весьма продолжительными, что приводит к значительному времени расчета и накоплению погрешности расчета при использовании современных программных средств. Цель данной работы – разработка более быстродействующего метода расчета переходных электромеханических процессов в асинхронных двигателях, а также разработка удобной для практики схемной модели метода. Метод основан на аппроксимации решения уравнений состояния путем его разложения по ортогональным полиномам Чебышёва. Предложена схемная интерпретация разработанного метода, в которой частота вращения ротора рассматривается как некоторый ток. Данный метод позволяет заменить операции с мгновенными значениями токов операциями с их изображениями, которые интерпретируются как постоянные токи в предложенной схеме замещения. В результате этого исходные интегро-дифференциальные уравнения состояния заменяются алгебраическими уравнениями для изображений токов. Предложен способ вычисления изображения произведения токов, которые присутствуют в модели электрической машины. При расчете предложенным методом переходного процесса в асинхронном двигателе процессорное время сокращается более чем в два с половиной раза по сравнению с расчетами известными методами. Предложенный метод удобен для расчета переходных процессов в сложных цепях, содержащих не только асинхронные двигатели, но и другие электрические машины.

Ключевые слова: полиномы Чебышёва, переходные электромеханические процессы, схемная интерпретация, асинхронные двигатели.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Во время пуска или резкого изменения режима асинхронных двигателей (АД) возникают электромеханические переходные процессы. При этом могут возникать значительные броски тока, которые могут повредить двигатель или повлиять на другие устройства. Это должно учитываться на стадии проектирования электрических машин. Поэтому изучение электромеханических переходных процессов не потеряло актуальности.

Для моделирования переходных процессов в электрических цепях, в которые включены асинхронные машины, в настоящее время используется ряд готовых программных комплексов, предназначенных для анализа электрических процессов в электрических и электронных схемах. Наиболее известными из них является ЕМТР [1], PSpice [2], Micro Cap [3], Simulink [4]. В указанных пакетах автоматически по схеме составляется система дифференциальных уравнений состояния и выполняется ее решение известными численными методами.

Электромеханические переходные процессы состоят из быстрых электромагнитных процессов и весьма медленных механических процессов. При моделировании шаг интегрирования должен выбираться исходя из самых быстрых процессов. Электромеханические переходные процессы могут быть весьма продолжительными, что приводит к значительному времени расчета и накоплению погрешности при использовании современных программных средств. Поэтому внедрение новых методов численного решения интегро-дифференциальных уравнений, приводящих к сокращению времени и

повышению точности расчета, является актуальной задачей. В статье [5] Тиховодом С.М. предложен быстродействующий метод расчета переходных электромагнитных процессов в трансформаторах, использующий полиномиальную аппроксимацию решения, а также разработана удобная для практики схемная модель метода. Этот метод целесообразно распространить и на моделирование процессов в электрических машинах.

Цель данной работы – использование и модификация метода Тиховода С.М. для расчета переходных электромеханических процессов в асинхронных машинах.

ИЗЛОЖЕНИЕ МАТЕРИАЛА

В одноконтурную цепь переменного тока, содержащую резистивный (R), индуктивный (L) и емкостный (C) элементы, включенные последовательно, в момент времени $t=t_0$ подключается источник ЭДС $e(t)$ и в цепи происходит переходный процесс тока $i(t)$. На основании второго закона Кирхгофа можно записать:

$$L \frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t) dt + u_C(t_0) = e(t) \quad (1)$$

Ставится условие, чтобы уравнение, составленное по закону напряжений Кирхгофа, соблюдалось точно в заданном ряде N узловых временных точек t_0, t_1, \dots, t_{N-1}

в некотором сегменте $[a, b]$ для функции, которая аппроксимирует зависимость тока от времени. В других точках второй закон Кирхгофа соблюдается с некоторой по-

грешностью. Для аппроксимации решения интегро-дифференциального уравнения (1) предлагается его разложение по ортогональным полиномам Чебышёва $T_n(x)$, которые обладают свойством равномерности погрешности при аппроксимации искомых функций этими полиномами [5].

В результате интегро-дифференциальное уравнение (1) заменяется алгебраическим уравнением для изображения тока C :

$$(LD + RV + BS)C = e - UC_0 - Ri_0 - B\Delta i_0, \quad (2)$$

где $C = [c_1 \ c_2 \dots \ c_{N-1}]^T$ – вектор значений коэффициентов разложения тока по полиномам Чебышёва без коэффициента c_0 ; B – величина, обратная емкости конденсатора, e – вектор значений ЭДС источника в точках $1, 2, \dots, N-1$ временного сегмента;

$UC_0 = [u_{C0} \ u_{C0} \dots \ u_{C0}]^T$; u_{C0} – значение напряжения на конденсаторе во временной точке t_0 , соответствующей точке x_0 на отрезке $[-1, 1]$; $\Delta = [\delta_1 \ \delta_2 \ \dots \ \delta_{N-1}]^T$ – вектор отклонений опорных точек от нулевой точки; i_0 – значение тока при $t = t_0$;

$$V = \begin{bmatrix} T_1(x_1) - T_1(x_0) & T_2(x_1) - T_2(x_0) & \dots & T_{N-1}(x_1) - T_{N-1}(x_0) \\ T_1(x_2) - T_1(x_0) & T_2(x_2) - T_2(x_0) & \dots & T_{N-1}(x_2) - T_{N-1}(x_0) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ T_1(x_{N-1}) - T_1(x_0) & T_2(x_{N-1}) - T_2(x_0) & \dots & T_{N-1}(x_{N-1}) - T_{N-1}(x_0) \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & T'_2(x_1) & \dots & T'_N(x_1) \\ 1 & T'_2(x_2) & \dots & T'_N(x_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & T'_2(x_{N-1}) & \dots & T'_N(x_{N-1}) \end{bmatrix}.$$

Компоненты матрицы S вычисляются по следующим формулам:

$$S_{m,1} = \left\{ \frac{1}{4} [T_2(x_m) - T_2(x_0)] - T_1(x_0) \delta_m \right\};$$

$$S_{m,k} = \left\{ \left[\frac{T_{k+1}(x_m) - T_{k+1}(x_0)}{2(k+1)} - \frac{T_{k-1}(x_m) - T_{k-1}(x_0)}{2(k-1)} \right] - T_k(x_0) \delta_m \right\};$$

$$S_{m,N-1} = \left\{ \left[\frac{T_N(x_m) - T_N(x_0)}{2N} - \frac{T_{N-2}(x_m) - T_{N-2}(x_0)}{2(N-2)} \right] - T_{N-1}(x_0) \delta_m \right\},$$

$m = 1, 2, \dots, N-1$.

В результате решения уравнения (2) определяется вектор C коэффициентов полиномиальной аппроксимации

функции тока. Тогда при известном начальном значении тока i_0 можно определить значения тока во всех произвольных точках временного сегмента $[a, b]$:

$$i(t) \approx i_0 + c_1(T_1(t) - T_1(t_0)) + c_2(T_2(t) - T_2(t_0)) + \dots + c_{N-1}(T_{N-1}(t) - T_{N-1}(t_0)) \quad (3)$$

В статье [5] предложена и схемная интерпретация метода, а также доказано выполнение законов Кирхгофа для изображений C . Это означает, что исходную цепь, в которой происходит переходный процесс, для расчета можно заменить цепью постоянного тока. Показано высокое быстродействие предложенного метода. Учитывая большую продолжительность электромеханических переходных процессов, применим этот метод для их моделирования.

В [6] показано, что моделирование трехфазной электрической машины может быть заменено моделированием двухфазной электрической машины. Наиболее просто уравнения двухфазной электрической машины записываются в системе координат dq , которая вращается с частотой вращения ротора Ω . В этом случае отсутствуют коэффициенты, изменяющиеся в зависимости от угла поворота ротора. Система уравнений имеет вид [6–7]:

$$\left. \begin{aligned} u_a &= L_s \frac{di_{as}}{dt} + R_s i_{as} + M \frac{di_{ar}}{dt}; \\ 0 &= M \frac{di_{as}}{dt} + R_r i_{ar} + (M + L_r) \frac{di_{ar}}{dt} + \Omega L_r P i_{br} + \Omega M P i_{bs}; \\ u_b &= L_s \frac{di_{bs}}{dt} + R_s i_{bs} + M \frac{di_{br}}{dt}; \\ 0 &= -\Omega M P i_{as} - \Omega L_r P i_{ar} + L_r \frac{di_{br}}{dt} + R_r i_{br} + (M + L_s) \frac{di_{bs}}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

К системе (4) следует присоединить уравнение динамики ротора:

$$\frac{J}{P} \frac{d}{dt} \Omega + R_{\text{морм}} \Omega + M_{\text{морм}} = \frac{m P M}{2} [i_{bs} i_{ar} - i_{as} i_{br}], \quad (5)$$

где $i_{as}, i_{bs}, i_{ar}, i_{br}$ – токи в обмотках статора и ротора фазы «а» и «б»; Ω – частота вращения ротора; M – взаимная индуктивность обмоток; L_s, L_r – индуктивности рассеяния обмоток статора и ротора; R_s, R_r – активные сопротивления обмоток статора и ротора; $M_{\text{морм}}$ – внешний момент, приложенный к валу ЭМ; $R_{\text{морм}}$ – тормозное сопротивление ротора; P – число пар полюсов; m – число фаз обмотки ротора; J – приведенный момент инерции вращающихся частей машины и связанных с ними тел.

Если исследования электромеханических переходных процессов проводят в системах моделирования электрических цепей, например, в PSpice [7] или Simulink, то этом случае системе уравнений (4–5) целесообразно

поставить в соответствие схему замещения, которая имеет вид, представленный на рис. 1.

Система уравнений (4–5) является нелинейной системой, так как в нее входят произведения независимых переменных. К сожалению, изображение произведения двух функций не равно произведению изображений этих функций. Однако это затруднение можно преодолеть следующим образом. Пусть в уравнении присутствует элемент, состоящий из произведения некоторого постоянного коэффициента k и значений двух токов $i_1(t)$ и $i_2(t)$: $k i_1(t) \cdot i_2(t)$. Тогда в уравнении для изображений это произведение можно заменить следующей комбинацией:

$$k \mathbf{I}_1 \otimes \mathbf{C}_2 / 2 + k \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{C}_1 / 2 - k \mathbf{I}_1 i_{20} / 2 - k \mathbf{I}_2 i_{10} / 2 \quad (6)$$

где i_{10} и i_{20} – значения токов в нулевой точке текущего временного сегмента; $\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2$ – изображения токов; \mathbf{I}_1 и \mathbf{I}_2 – векторы значений токов во всех точках текущего временного сегмента; знак \otimes означает поэлементное произведение вектора на каждый столбец матрицы.

Поскольку значения \mathbf{I}_1 и \mathbf{I}_2 на текущем временном сегменте изначально неизвестны, то их следует брать из

предыдущего сегмента, а затем итерационным путем вычислять эти значения уже на текущем сегменте.

Поскольку значения частоты вращения Ω изменяются значительно медленнее, чем значения токов, то произведение $k \Omega i_1$ в уравнении для изображений можно заменить следующей комбинацией:

$$k \Omega \otimes \mathbf{C}_1 - k \Omega i_{10}, \quad (7)$$

где Ω – вектор значений частоты вращения во всех точках текущего временного сегмента, \mathbf{C}_1 – изображение тока $i_1(t)$;

Представленная уравнениями (4–5) математическая модель асинхронной электрической машины является наиболее компактной. Однако, искусственный прием, в соответствии с которым реально вращающийся ротор рассматривается как неподвижный относительно координатной системы ротора, приводит к отличию некоторых результатов моделирования от реальных показателей электрической машины. В частности, частота токов в обмотках ротора в данной модели не изменяется при изменении частоты вращения самого ротора и остается равной частоте напряжения питания.

Учитывая сказанное, изобразим на рис. 2 схему замещения двухфазного АД для изображений.

Система уравнений, составленная по законам Кирхгофа для схемы, изображенной на рис. 2, имеет вид (8):

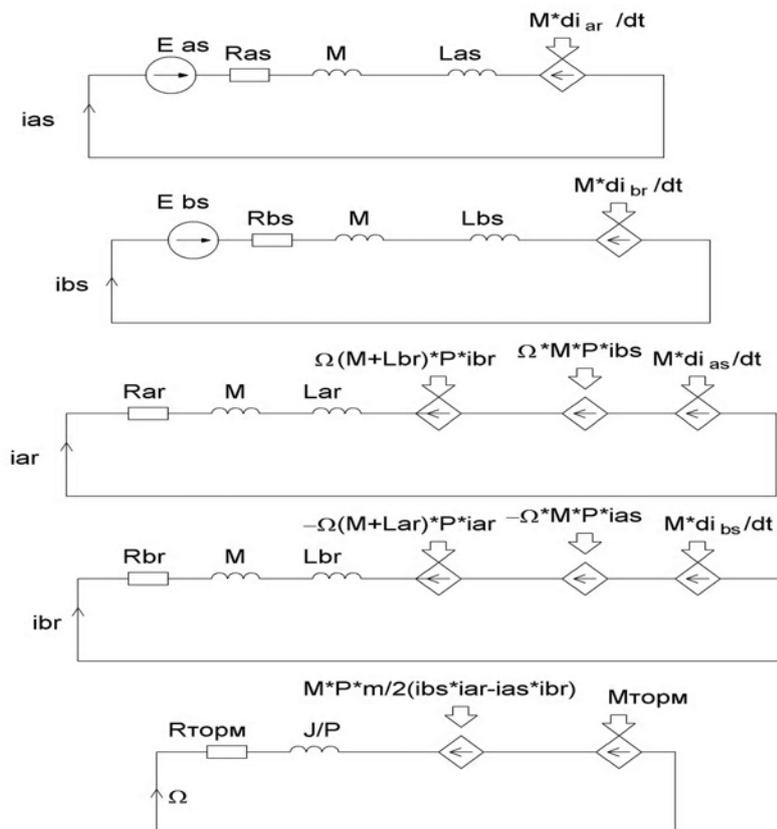


Рисунок 1 – Схема замещения двухфазного АД

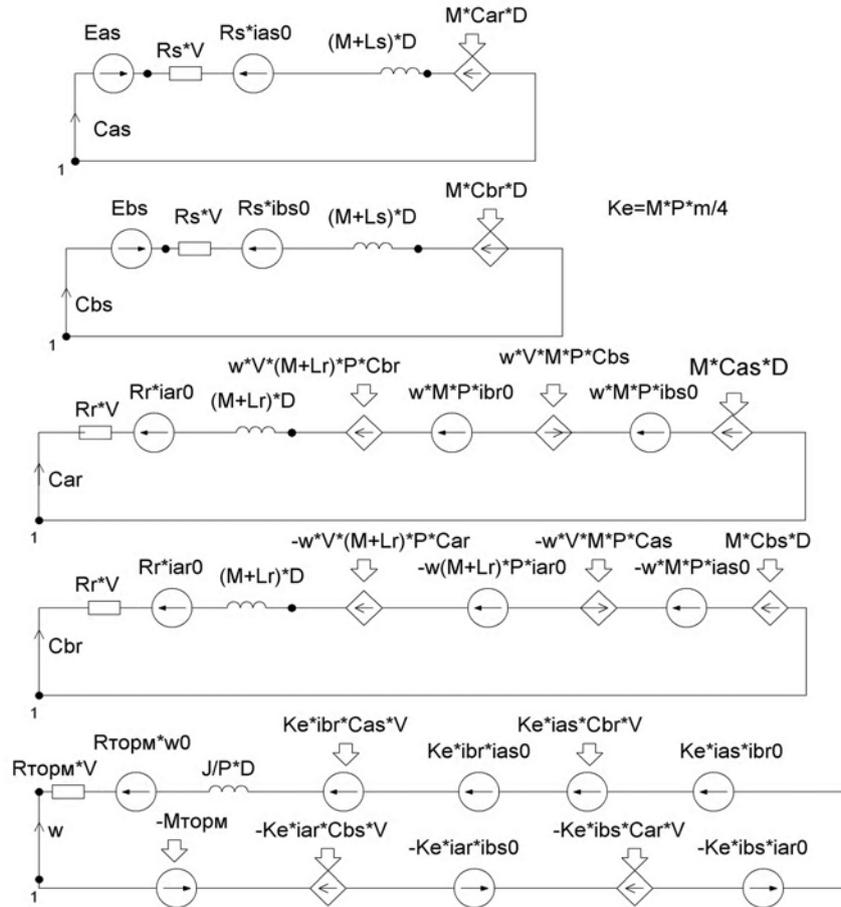


Рисунок 2 – Схема замещения двухфазного АД для изображений токов и частоты вращения

$$\left. \begin{aligned}
 ((M + L_s)\mathbf{D} + R_s \mathbf{V})\mathbf{C}_{as} + M\mathbf{D}\mathbf{C}_{ar} &= \mathbf{e}_A - R_s i_{as0}; \\
 ((M + L_r)\mathbf{D} + R_r \mathbf{V})\mathbf{C}_{ar} + (M + L_r)P\Omega \otimes \mathbf{V}\mathbf{C}_{br} + MP\Omega \otimes \mathbf{V}\mathbf{C}_{bs} + M\mathbf{D}\mathbf{C}_{as} &= \\
 &= -R_r i_{ar0} - \Omega MP i_{bs0} - \Omega((M + L_r)P i_{br0}); \\
 ((M + L_s)\mathbf{D} + R_s \mathbf{V})\mathbf{C}_{bs} + M\mathbf{D}\mathbf{C}_{br} &= \mathbf{e}_B - R_s i_{bs0}; \\
 ((M + L_r)\mathbf{D} + R_r \mathbf{V})\mathbf{C}_{br} - (M + L_r)\Omega \otimes \mathbf{V}\mathbf{C}_{ar} - M\Omega \otimes \mathbf{V}\mathbf{C}_{as} + M\mathbf{D}\mathbf{C}_{bs} &= \\
 &= -R_r i_{br0} + \Omega MP i_{as0} + \Omega((M + L_r)P i_{ar0}); \\
 (J/P)\mathbf{D} + R_{\text{мом}}\mathbf{V})\mathbf{C}_\Omega + K_e i_{br} \mathbf{V}\mathbf{C}_{as} + K_e i_{as} \mathbf{V}\mathbf{C}_{br} - K_e i_{bs} \mathbf{V}\mathbf{C}_{ar} - K_e i_{ar} \mathbf{V}\mathbf{C}_{bs} &= \\
 &= -R_{\text{мом}}\Omega_0 - K_e i_{br} i_{as0} - K_e i_{as} i_{br0} + K_e i_{bs} i_{ar0} + K_e i_{ar} i_{bs0} - M_{\text{мом}},
 \end{aligned} \right\} (8)$$

где $K_e = \frac{mPM}{4}$.

Система линейных алгебраических уравнений (8) имеет единственное решение – векторы $\mathbf{C}_{as}, \mathbf{C}_{bs}, \mathbf{C}_{ar}, \mathbf{C}_{br}, \mathbf{C}_\Omega$, содержащие значения коэффициентов разложения функций токов и частоты вращения по полиномам Чебышёва для всех ветвей схемы рис. 2. Зная для любой ветви эти коэффициенты, значения токов и частоты вращения в начальной точке t_0 , мы можем согласно (3) получить значения токов и частоты вращения во всех узловых точках в заданном интервале времени $[a, b]$.

Для проверки адекватности предложенного метода составлена компьютерная программа Motor_as_ab_VDS_C в системе Matlab.

Алгоритм вычислений, на основании которого составлена программа, заключается в выполнении следующей последовательности действий:

1. Выполняется ввод исходных данных, задается временной сегмент $[a, b]$, длиной τ , в котором исследуется переходный процесс, количество узлов N на этом сегменте ($4 < N < 10$), количество сегментов N_u на всем исследуемом временном интервале.

2. Согласно методике, изложенной в [5], задаются положения опорных точек x_k на отрезке $[-1,1]$. Затем вычисляются временные границы сегмента: $a = -\tau(x_0 + 1)/2$; $b = a + \tau$ и вычисляются матрицы $\mathbf{V}, \mathbf{D}, \mathbf{S}, \Delta$.

3. Вычисляются значения вектора ЭДС во всех точках сегмента $[a,b]$.

4. Составляется матрица \mathbf{Z} системы уравнений (8). Матрица \mathbf{Z} кроме постоянных коэффициентов содержит значения токов и частоты вращения в узловых точках текущего временного сегмента. Эти значения, как начальные, берутся из предыдущего временного сегмента. Затем их расчет выполняется в итерационном цикле.

5. Выполняется итерационный цикл, в котором при каждом изменении параметра цикла выполняется следующее:

- вычисляется вектор правых частей \mathbf{F} системы (8);
- решается система алгебраических уравнений и определяется общий вектор полиномиальных коэффициентов \mathbf{C} и подвекторы $\mathbf{C}_{as}, \mathbf{C}_{bs}, \mathbf{C}_{ar}, \mathbf{C}_{br}, \mathbf{C}_{\Omega}$;

- согласно (3) вычисляются значения токов и частоты вращения в узловых точках текущего временного сегмента;

- с учетом полученных значений токов ветвей и частоты вращения корректируется матрица \mathbf{Z} и вектор правых частей \mathbf{F} системы (8);

- итерационный цикл заканчивается, если значения токов смежных итерационных циклов не превышают заданной погрешности.

6. После выхода из итерационного цикла выполняется следующее:

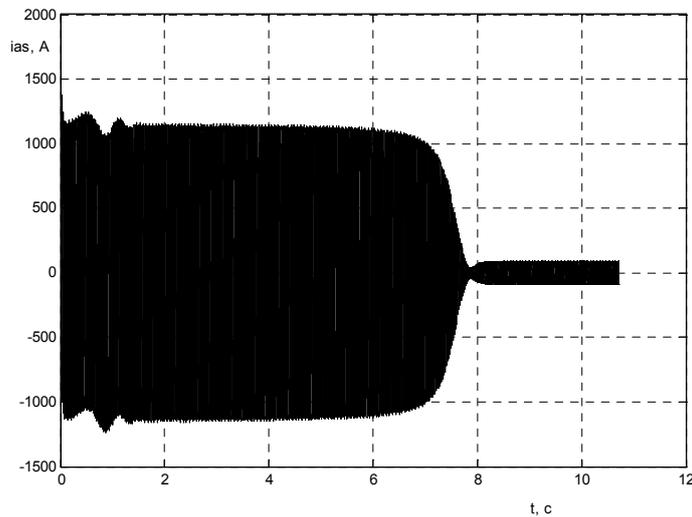


Рисунок 3 – Расчетная оциллограмма: ток $i_{as}(t)$ фазы статора «А»

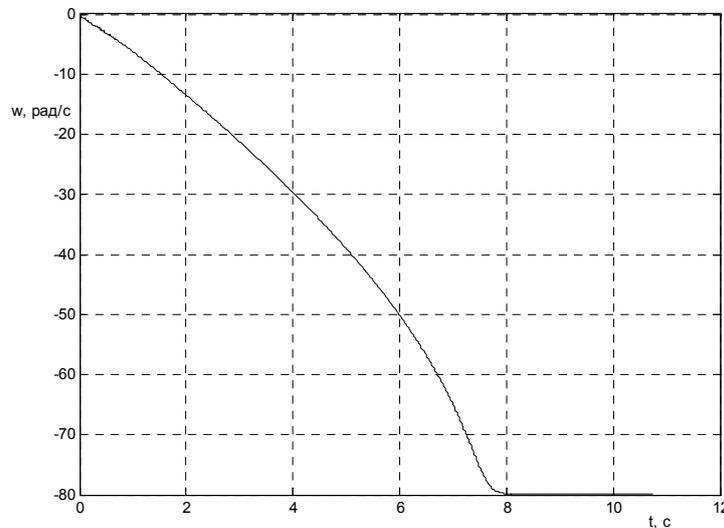


Рисунок 4 – Зависимость частоты вращения ротора от времени

– вычисляются конечные значения токов и частоты вращения данного сегмента, которые являются начальными значениями для следующего сегмента;

– текущему времени процесса добавляется значение τ , выполняется переход на п. 5 и следующий временной сегмент.

В качестве примера выполнено моделирование пуска массивной шаровой мельницы, приводимой асинхронным двигателем с числом пар полюсов $P=4$. На рис. 3 и рис. 4 представлены расчетные осциллограммы тока $i_{as}(t)$ и частоты вращения, полученные в результате расчета по разработанной программе Motor_as_ab_VDS_C, с которой можно познакомиться на сайте [8]. Там же дана инструкция по пользованию этой программой.

Для сравнительной оценки разработанного метода в системе Matlab разработан ряд программ решения рассмотренной задачи различными методами.

Сравнение времени расчета задачи в разных системах моделирования некорректно, так как Matlab является весьма медленным интерпретатором. Так как в этой статье сравниваются не компьютерные программы, а методы расчета, то для данной задачи на основе уравнений (4–5) составлена программа, в которой вычисления проводились методом Гира. Результаты расчета при одинаковой заданной погрешности по программе Motor_as_ab_VDS_C не имеют видимых различий от результатов, полученных расчетом с использованием численного метода Гира, то есть различие составляет десятые доли процента. С помощью операторов tic/toc оценивалось процессорное время расчета. Сравнение процессорного времени расчета модельной задачи предложенным методом и методами Гира показало следующее. Предложенный метод показал сокращение процессорного времени более чем на 250% по сравнению с методом Гира.

ВЫВОДЫ

Использованный метод расчета переходных электро-механических процессов позволяет заменить операции

с мгновенными значениями токов операциями с постоянными токами в предложенной схеме замещения, в результате чего интегро-дифференциальные уравнения состояния заменяются алгебраическим уравнениям. При расчете пуска асинхронного двигателя предложенным методом процессорное время расчета существенно сокращается по сравнению с известными методами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Dommel Hermann W. EMTP theory book / Hermann W. Dommel. – British Columbia.: Microtran Power System Analysis Corporation Vancouver, 1996. – 631 p.
2. Кеун Д. OrCAD Pspice. Анализ электрических цепей / Дж. Кеун. – СПб.: Питер. – 2008. – 640 с.
3. Разевиг В. Д. Система схемотехнического моделирования Micro Cap 6 / В. Д. Разевиг. – М.: Горячая линия-Телеком, 2001. – 344 с.
4. Черных И. В. Simulink среда создания инженерных приложений / И. В. Черных. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ. – 2003. – 496 с.
5. Тиховод С. М. Расчет переходных процессов в трансформаторах на основе магнитоэлектрических схем замещения с использованием полиномов Чебышёва / С. М. Тиховод // Электротехника та електроенергетика. – 2015. – № 2. – С. 5-11.
6. Копылов И. П. Математическое моделирование электрических машин / И. П. Копылов. – М.: ВШ. – 2001. – 327 с.
7. Компьютерные модели электромеханических систем. . . [Электронный ресурс] . – [режим доступа]: <http://ecio.mpei.ac.ru/SBook/Contents.htm>
8. Помощь студентам-электрикам. Научные разработки, программы. Программы для расчета электромеханических переходных процессов в асинхронном двигателе.– [Электронный ресурс] . – режим доступа: <http://www.electricity.zp.ua/>

Статья поступила в редакцию 30.11.2015

Tokmakov I. V.

Aspirant, Zaporozhye national technical university

MODELING OF ELECTROMECHANICAL TRANSIENTS IN ASYNCHRONOUS MOTORS BASED ON THE USE OF TCHEBYSHEV'S POLYNOMIALS

The article is dedicated to development of numerical method of electromechanical transient processes calculation in asynchronous motors. Electromechanical transient processes might be quite continuous that causes the calculation time increase and accumulation of errors due to use of modern software solutions. The aim of this work is to design more accelerated method of calculation of electromechanical transient processes in asynchronous motors and to create the convenient and practical model scheme of method. The method is based on approximation of state equations solution with the help of expansion of the solution with orthogonal Chebyshev's polynomials. The scheme interpretation of this method is presented; it considers the rotor rotation frequency as some current. The given method allows to substitute operations with momentary values of currents by operations with currents images, which are interpreted as constant currents at equivalent circuit. As the result the initial integro-differential equations of state are substituted by the algebraic equations of current images. Also there is method of calculation of production image of the currents which are present at electrical machine. CPU time is decreased more than twice compared to common methods due to calculation of transient process in asynchronous motor according to the given method. Considered method is convenient for calculations of transient processes in complex circuits that include not only asynchronous motors but other electrical machines.

Key words: chebyshev's polinomial, transient electromechanical processes, scheme interpretation, asynchronous motors.

Токмаков І. В.

Аспірант, Запорізький національний технічний університет

МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ В АСИНХРОННИХ ДВИГУНАХ НА ОСНОВІ ВИКОРИСТАННЯ ПОЛІНОМІВ ЧЕБЬШОВА

Стаття присвячена розробці числового методу прискореного розрахунку електромеханічних перехідних процесів в асинхронних двигунах, що є актуальною задачею. Електромеханічні перехідні процеси можуть бути доволі довгими, що призводить до значного часу розрахунків та накопиченню помилки розрахунку при використанні сучасних програмних засобів. Мета даної роботи – розробка більш швидкодіючого методу розрахунків перехідних електромеханічних процесів у асинхронних двигунах., а також розробка зручної для практики схемної моделі методу. Метод засновано на апроксимації вирішення рівнянь стану шляхом розкладу його за ортогональними поліномами Чебишова. Запропонована схемна інтерпретація розробленого методу, у якій частота обертів ротора розглядається як деякий струм. Цей метод дозволяє замінити операції з миттєвими величинами струмів на операції з їх зображеннями, які інтерпретуються як постійні струми в запропонованій схемі заміщення. Як результат, вихідні інтегрально-диференціальні рівняння стану заміщуються алгебраїчними рівняннями для зображень струмів. Запропоновано спосіб розрахунку зображення добутку струмів, присутніх в моделі електричної машини. При розрахунку перехідного процесу у асинхронному двигуні запропонованим методом, процесорний час скорочується більше ніж в два с половиною рази у порівнянні з розрахунками звичайними методами. Запропонований метод зручний для розрахунку перехідних процесів у складних колах, що включають до себе не тільки асинхронні двигуни, але й інші електричні машини.

Ключові слова: поліноми Чебишова, перехідні електромеханічні процеси, схемна інтерпретація, асинхронні двигуни.

REFERENCES

1. Dommel Hermann W. EMTP theory book. Hermann W. Dommel, British Columbia.: Microtran Power System Analysis Corporation Vancouver, 1996, 631 p.
2. Keoun D. OrCAD Pspice. Analiz elektricheskikh tsepey. Dzh. Keoun, sPb, Piter, 2008, 640 s.
3. Razevig V. D. Sistema skhemotekhnicheskogo modelirovaniya Micro Cap 6. V. D. Razevig. M, Goryachaya liniya-Telekom, 2001, 344 s.
4. Chernykh I. V. Simulink sreda sozdaniya inzhenernykh prilozheniy. I. V Chernykh, M, DIALOG-MIFI, 2003, 496 s.
5. Tikhovod S.M. Raschet perekhodnykh protsessov v transformatorakh na osnove magni-toelektricheskikh skhem zameshcheniya s ispolzovaniyem polinomov Chebysheva. S.M. Tikhovod. Elektrotekhnika ta elektroyenergetika, 2015, № 2, S. 11–24.
6. Kopylov I.P. Matematicheskoye modelirovaniye elektricheskikh mashin. I. P. Kopy-lov, M, VSh, 2001, 327 s.
7. Kompyuternyye modeli elektromekhanicheskikh sistem. <http://ecio.mpei.ac.ru/SBook/Contents.htm>
8. Pomoshch studentam-elektrikam. Nauchnyye razrabotki. programmy. Programmy dlya rascheta elektromekhanicheskikh perekhodnykh protsessov v asinkhronnom dvigatele. rezhim dostupa: <http://www.electricity.zp.ua/>