

– количество конечных элементов в модели – 4293802;
– количество расчетных точек – 2222462.

Выводы

1. Разработана математическая модель, являющаяся основой для создания нового программного комплекса и разработан сам программный комплекс Elax 2D.

2. Разработанный программный комплекс Elax 2D обладает возможностью расчетов МКЭ задач большой размерности, в том числе, с открытыми границами, что применено впервые.

3. Elax 2D позволяет решать практические задачи расчета изоляции, включая расчет характеристики поля, в трансформаторах и реакторах, с точностью не менее 2 %.

4. Elax 2D имеет простой интуитивный интерфейс с набором инструментов, необходимым для ввода графической модели любой сложности.

Перечень ссылок

1. Сильвестер П. Л. Метод конечных элементов для радиоинженеров и инженеров-электриков : пер. с англ. / П. Л. Сильвестер, Р. Л. Феррари. – М. : Мир, 1986. – 229 с., ил.

2. Норри Д. Введение в метод конечных элементов : пер. с англ. / Норри Д., де Фриз Ж. – М. : Мир, 1981. – 304 с., ил.
3. Zienkiewicz O. C. The Finite Element Method. The Basis, Butterworth-Heinemann / Zienkiewicz O. C. Taylor R. L. – Oxford, 2000. – 538 p.
4. Hutton. Fundamentals of Finite Element Analysis / Hutton, Daviv V. – McGraw-Hill, 2004. – 312 p.
5. Тозони О. В. Расчет трехмерных электромагнитных полей / Тозони О. В., Майергойз И. Д. – К. : Техника, 1974. – 352 с., ил.
6. Левин В. И. Методы математической физики / Левин В. И. – М. : Издательство министерства просвещения РСФСР, 1956. – 243 с., ил.
7. Shewchuk J. R. An Introduction to the Conjugate Gradient Method Without the Agonizing Pain / Shewchuk J. R. – Pittsburgh. : School of Computer Science, Carnegie Mellon University, 1994. – 356 p.
8. Бахвалов Н. С. Численные методы (анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения) / Бахвалов Н. С. – М. : Наука, 1973. – 631 с., ил.

Поступила в редакцию 25.12.08 г.

После доработки 16.03.09 г.

Розроблена математична модель і програмний комплекс Elax 2D, що володіє можливістю моделювання методом кінцевих елементів задач великої розмірності, зокрема з відкритими межами. Збільшення точності моделювання досягнуте за допомогою розділення завдання на декілька підзадач при використанні методу інтегральних рівнянь.

The mathematical model and bundled software Elax 2D possessing the possibility of modeling by the method of eventual elements of high dimensionality problems including with the open scopes is developed. The increase of the modeling exactness is attained by the task division on some subtasks and use of integral equation method.

УДК 621.313.32

Ю. Н. Васьковский, А. А. Гераскин

Математическое моделирование вибровозмущающих сил в короткозамкнутом асинхронном двигателе с поврежденной обмоткой ротора

Сформулирована математическая модель для анализа вибровозмущающих электромагнитных сил в короткозамкнутых асинхронных двигателях при наличии поврежденной обмотки ротора. Показано, что сравнительный анализ спектрограмм этих сил позволяет с высокой достоверностью выявлять повреждения обмотки ротора.

Введение

Мощные асинхронные двигатели (АД) с короткозамкнутой обмоткой ротора типа «беличья клетка» широко применяются для привода механизмов собственных нужд ТЭС и АЭС, на электротранспорте и в ряде ответственных технологических систем. Одним из наиболее нагруженных узлов конструкции АД является короткозамкнутая обмотка ротора. Повреждения об-

мотки ротора составляют около 80 % всех повреждений, связанных с ротором АД [1]. Разрушение конструкции обмотки ротора возникает не только из-за первичных технологических дефектов ее изготовления, но и в результате постепенной деградации конструкции в условиях высоких нагрузок. Постепенное ослабление крепления стержней в пазах ротора ведет к увеличению их вибрации, образованию и быстрому росту трещин и затем – к обрыву стержней. Поломка

© Ю. Н. Васьковский, А. А. Гераскин 2009 г.

даже одного стержня ведет к ухудшению всех эксплуатационных показателей АД. При этом возникают условия для дальнейшего ускоренного разрушения обмотки ротора и внезапного аварийного отказа АД [2].

Повреждение «беличьей клетки» ведет к нарушению симметрии распределения токов в стержнях клетки и, как следствие, к деформации магнитного поля в воздушном зазоре. Эта деформация поля приводит к изменению амплитуды и характера тока обмотки статора и электромагнитных вибровозмущающих сил, действующих на сердечник статора. Регистрация и анализ изменений этих величин лежат в основе существующих методов контроля состояния «беличьей клетки» и диагностики ее повреждений.

Перспективными для дальнейшего развития и практического использования являются методы спектральной вибрационной диагностики [3] и методы спектрального анализа тока обмотки статора [1, 4]. Эти методы основаны на регистрации изменений вибраций или токов обмотки статора, возникающих при появлении в клетке дефектных стержней.

Исследования показали, что метод спектрального анализа тока статора не всегда обеспечивает достоверное выявление скрытых повреждений стержней клетки ротора, особенно на ранних стадиях их развития. Как правило, дополнительные токи, индуцированные в обмотке статора деформированным магнитным полем воздушного зазора при повреждении одного стержня ротора, имеют малую величину и не вносят заметных изменений в спектральный состав измеряемого сигнала. Особенно это характерно для мощных АД, обладающих значительным числом стержней ротора. Чувствительность этого метода становится достаточной при наличии 2–3 поврежденных стержней (когда доля поврежденных стержней составляет не менее 5 % от общего числа стержней ротора). Поэтому, несмотря на очевидное достоинство – простоту регистрации тока обмотки статора, метод спектрального анализа тока статора не обеспечивает в полной мере решение задачи по выявлению и диагностике повреждений клетки ротора мощных АД на ранней стадии их возникновения.

Метод спектральной вибрационной диагностики обладает более высокой чувствительностью к малым повреждениям ротора. Это обусловлено тем, что амплитуда электромагнитных сил пропорциональна второй степени магнитной индукции в зазоре, в то время, как величина ЭДС пропорциональна первой степени индукции. Поэтому изменение индукции в зазоре ведет к более существенному изменению вибровозмущающих сил. В качестве диагностического признака в этом методе используются данные об уровне и спектральном составе радиальных вибраций сердечника статора. Появление дефектного стержня ротора меняет характеристики сил, действующих на статор со стороны ротора. Поскольку конструкция электрической машины «прозрачна» для распространения вибраций, любые вибровозмущающие воздействия со стороны ротора легко передаются на статор, где фиксируются вибродатчиками.

В данной статье эффективно решение рассматриваемой задачи достигается методами математического моделирования, основанными на анализе

распределения электромагнитного поля и сил в активной зоне АД, имеющего поврежденные стержни ротора.

Математическая модель

Общее векторное уравнение для расчета распределения электромагнитного поля в активной зоне АД в статорной системе координат имеет следующий вид [5]:

$$\Delta \vec{A} - \mu\gamma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \mu\gamma\omega_R (\vec{R} \times \text{rot} \vec{A}) = -\mu \vec{J}_{\text{сноп}} + \mu\gamma \text{grad}\varphi, \quad (1)$$

где \vec{A} – векторный магнитный потенциал; μ, γ – магнитная проницаемость и электропроводность среды; $\vec{J}_{\text{сноп}}$ – плотность посторонних токов; ω_R – угловая скорость вращения ротора, \vec{R} – радиус-вектор произвольной точки; $\text{grad}\varphi$ – градиент скалярного электрического потенциала. Для величин, периодически изменяющихся во времени в декартовых координатах, вращающихся вместе с ротором, уравнение (1) преобразуется в следующее скалярное уравнение относительно комплексной амплитуды единственной аксиальной составляющей векторного магнитного потенциала \dot{A}_z :

$$\frac{\partial^2 \dot{A}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{A}_z}{\partial y^2} - j\omega_1 s \mu\gamma \dot{A}_z = -\mu \dot{J}_{z\text{сноп}} + \mu\gamma \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad (2)$$

где ω_1 – угловая частота вращения поля статора, s – скольжение ротора. Слагаемое $\mu\gamma \partial\varphi/\partial z$ в правой части характеризует источники поля, обусловленные появлением свободных электрических зарядов на торцах ротора из-за несимметричности конструкции клетки ротора. Приближенно предполагая $\partial\varphi/\partial z \approx \Delta\varphi/\Delta z = \Delta\varphi/L_R$, где L_R – активная длина ротора, при решении уравнения (2) следует задать разность потенциалов $\Delta\varphi$ между торцами ротора. Заранее эта величина неизвестна и для ее задания необходимо использовать условие непрерывности тока. Решение задачи должно удовлетворять следующему требованию: сумма интегралов плотностей токов j_k по сечению всех стержней клетки N_R должна равняться нулю т. е.

$$\sum_{k=1}^{k=N_R} \int_{S_{Rk}} j_k ds = 0. \quad (3)$$

Другими словами, суммарный ток, протекающий в одном направлении поперечного сечения ротора, равен суммарному току, текущему в обратном направлении. Условие (3) автоматически соблюдается для симметричной конструкции клетки, при которой $\Delta\varphi = 0$. При наличии поврежденных стержней клетки величина $\Delta\varphi$ подбирается методом последовательных приближений до соблюдения условия (4) с заданной погрешностью.

Уравнение (2) дополняется граничными условиями, которыми являются однородные граничные условия первого рода на внешней границе расчетной об-

ласти. Моделирование поврежденных стержней клетки ротора осуществляется заданием значения электропроводности $\gamma = 0$ в тех пазах ротора, в которых находятся поврежденные стержни. В остальных пазах с неповрежденными стержнями ротора задается электропроводность материала клетки. Такой способ позволяет моделировать различные варианты повреждений клетки ротора, в том числе различное количество поврежденных стержней ротора и разное их положение.

Основными источниками электромагнитного поля являются плотности сторонних токов в пазах статора, в которых уложены три фазы обмотки статора. Эти плотности тока описываются следующим уравнением:

$$\dot{J}_{A\text{стор}} = I_m / S_{II},$$

$$\dot{J}_{B\text{стор}} = -I_m [\cos(-2\pi/3) - j \sin(-2\pi/3)] / S_{II}, \quad (4)$$

$$\dot{J}_{C\text{стор}} = -I_m [\cos(-4\pi/3) - j \sin(-4\pi/3)] / S_{II},$$

где I_m – амплитуда тока в фазе статора; S_{II} – площадь сечения паза статора.

После расчета поля определяются действующие на статор электромагнитные усилия. Расчет сил удобно выполнить с помощью тензора магнитного натяжения. Распределение нормальной и тангенциальной составляющих тензора натяжения на поверхности ротора вдоль полюсного деления рассчитывается по следующим выражениям [6]:

$$T_n = \frac{1}{2\mu} \cdot (B_n^2 - B_\tau^2), \quad T_\tau = \frac{B_n \cdot B_\tau}{\mu}, \quad (5)$$

где B_n, B_τ – соответственно нормальная и тангенциальная составляющие магнитной индукции в воздушном зазоре. Нормальная составляющая тензора натяжения, имеющего размерность поверхностной плотности силы (Н/м^2), обуславливает действие радиальных сил на сердечник статора, а тангенциальная составляющая – колебания вращающего момента.

Анализ вибрационных процессов необходимо вести для скольжений, близких к номинальному значению, при которых АД длительно работает в установившемся режиме. В большинстве случаев это скольжение находится в диапазоне значений 0,01...0,05.

Эпюры распределения магнитной индукции и тензора магнитного натяжения вдоль окружности ротора имеют сложный вид, обусловленный рядом факторов: зубчатостью поверхностей статора и ротора, дискретным расположением обмоток в пазах, насыщением сердечника. Поэтому для эффективного анализа вибровозмущающих сил целесообразно применять методы спектрального анализа сигналов (а в данном случае – пространственных сигналов – расчетных эпюр магнитной индукции и тензора магнитного натяжения). Математической основой такого анализа является быстрое дискретное преобразование Фурье (БПФ), которое связывает дискретное число отсчетов N , выбранных из исходной непрерывной пространственной эпюры $x(n)$, с ее эквивалентным представлением в частотной области – частотным спек-

тром $X_N(k)$.

Формула для БПФ записывается следующим образом:

$$X_N(k) = \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2r)W_{N/2}^{rk} + W_N^k \sum_{r=0}^{\frac{N}{2}-1} x(2r+1)W_{N/2}^{rk}, \quad (6)$$

где $W_N^{kn} = e^{-j\frac{2\pi kn}{N}}$ – поворачивающий множитель. Математическое и программное обеспечение для спектрального анализа расчетных эпюр приведено в литературе, например в [3, 4].

Первая пространственная гармоника спектра тензора натяжения характеризует вибровозмущающие силы, обуславливающие вибрации сердечника с частотой 100 Гц. Соответственно более высокие гармоники обуславливают вибрации повышенной частоты ($100 \cdot \nu$) Гц, где ν – порядковый номер гармоники.

Сравнительный анализ спектрограмм поврежденной и целой машин позволяет выявить и идентифицировать характер и объем повреждений клетки ротора. Поскольку спектрограммы достаточно сложны и «зашумлены» высшими гармониками и их непосредственный анализ недостаточно эффективен, для достоверного выявления повреждений клетки ротора целесообразно использовать *разностные спектрограммы*, получаемые вычитанием значений спектров поврежденной и целой машины.

Полученная при математическом моделировании совокупность разностных спектров магнитной индукции и радиальных сил для различных вариантов повреждений обмотки ротора сопоставляются с аналогичными спектрами этих величин, измеряемых экспериментально в процессе мониторинга АД. Такое сопоставление служит основой для выводов о техническом состоянии обмотки ротора и принятии решений о ее ремонте.

Результаты моделирования

Приведем результаты моделирования на примере тягового АД типа СТА-1200, который предназначен для привода электровозов. Двигатель имеет следующие данные: мощность $P = 1200$ кВт; номинальное линейное напряжение $U_{\text{нф}} = 1080$ В; номинальный фазный ток $I_{\text{нф}} = 452$ А; число полюсов $2p = 6$; воздушный зазор $\delta = 2$ мм; число пазов статора и ротора $Z_1 = 72, Z_2 = 62$; номинальное скольжение $S = 0,01$; номинальная частота $f_n = 55,9$ Гц; номинальная скорость вращения $n_n = 1107$ об/мин; материал стержней ротора – медь. Численная реализация модели (2)–(6) выполнена с помощью метода конечных элементов в программе Comsol, а спектральный анализ выполнен в программе Matlab.

На рис. 1 показано распределение нормальной составляющей магнитной индукции B_n вдоль длины воздушного зазора для следующих вариантов АД: а) – для неповрежденного двигателя; рисунки б), в) и г) – для АД с одним, двумя и тремя поврежденными стержнями ротора соответственно. На рис. 2 показано распределение нормальной составляющей тензора маг-

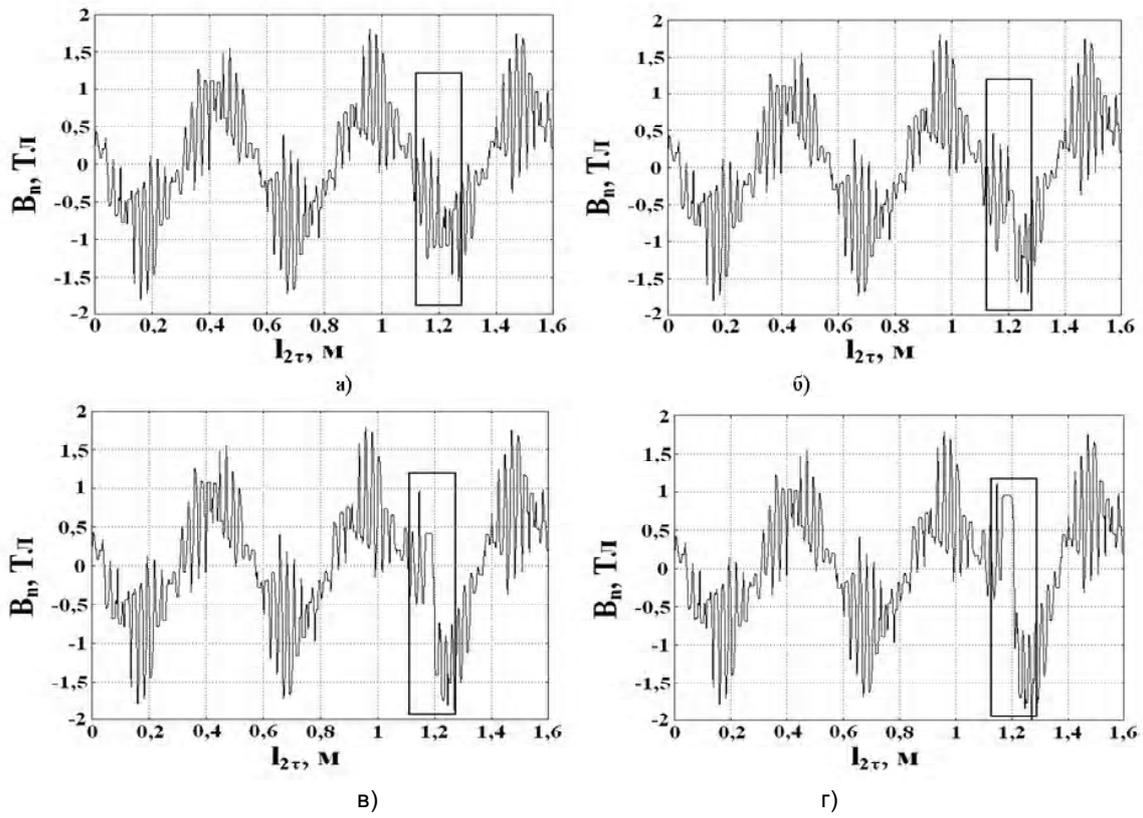


Рис. 1. Распределение нормальной составляющей магнитной индукции B_n вдоль длины воздушного зазора

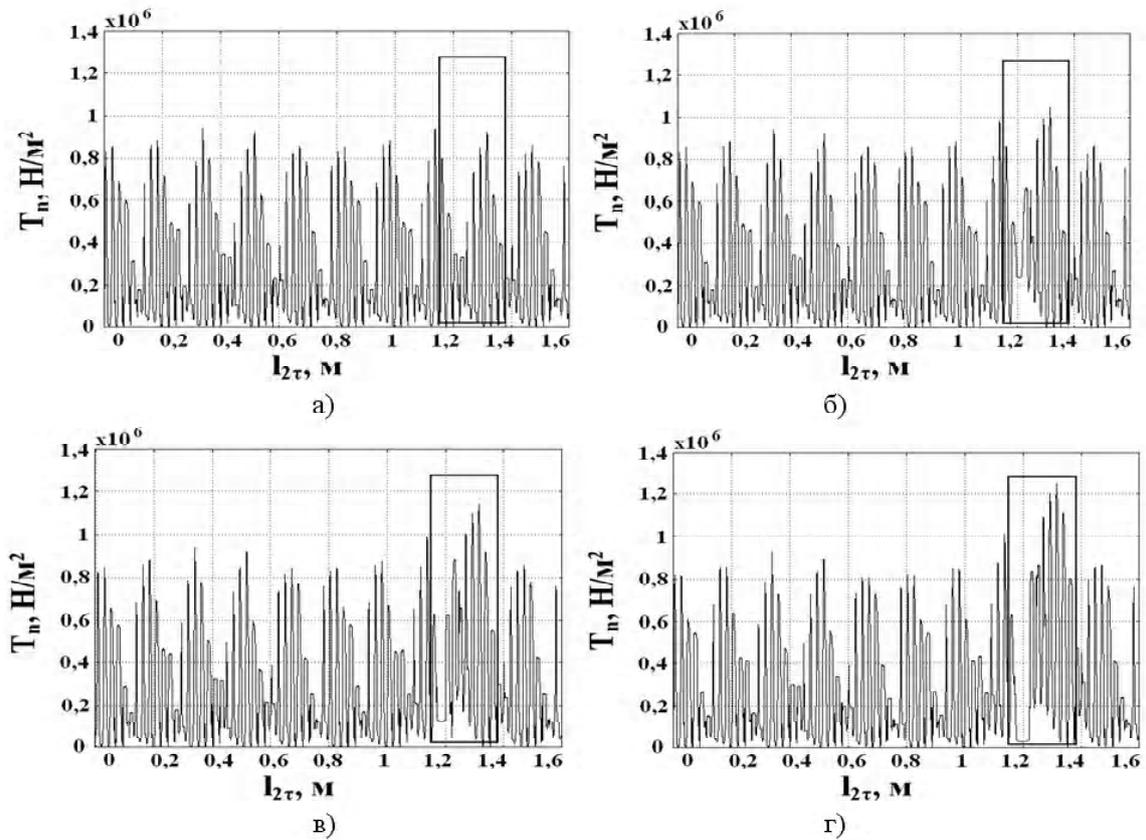


Рис. 2. Распределение нормальной составляющей тензора магнитного натяжения T_n по внутренней расточке статора

нитного натяжения T_n по внутренней расточке статора для тех же вариантов АД, что и на рис. 1. На рисунках хорошо видна локальная деформация магнитного поля и тензора магнитного натяжения в воздушном зазоре над поврежденным участком ротора, который условно выделен рамочкой. Причем интенсивность деформации поля возрастает с увеличением количества поврежденных стержней. Такую деформацию поля несложно выявить экспериментально с помощью соответствующей системы датчиков.

Локальные возмущения магнитной индукции и тензора магнитного натяжения не постоянны во времени, а пульсируют в роторе с частотой скольжения $f_2 = f_1 s$ по мере того, как токи ротора перемещаются относительно поврежденного участка клетки. Например, при расположении поврежденных стержней в середине токового полюса ротора искажение индукции и тензора натяжения максимально. В момент времени, когда стержни располагаются между токовыми полюсами ротора, возмущение практически отсутствует. Локальное возмущение магнитной индукции и тензора натяжения перемещаются вместе с ротором относительно сердечника статора и изменяют в нем спектр радиальных вибраций, обусловленных электромагнитными силами.

На рис. 3 показаны разностные спектрограммы нормальной составляющей тензора магнитного натяжения по внутренней расточке статора, полученные в результате применения быстрого преобразования

Фурье (б). Каждая разностная спектрограмма получена путем вычитания реальной спектрограммы тензора натяжения для АД с поврежденной обмоткой и «базовой спектрограммы» неповрежденного двигателя. Таким образом, разностная спектрограмма отображает изменение радиальных вибровозмущающих сил, возникающих в результате повреждения обмотки ротора. В частности, показанная на рис. 1, а разностная спектрограмма является нулевой, поскольку получена вычитанием двух одинаковых спектрограмм неповрежденного АД.

На рис. 3 хорошо видны изменения в разностных спектрограммах, происходящие в результате увеличения количества поврежденных стержней ротора. В частности, с увеличением количества поврежденных стержней происходит рост большинства высших гармоник вибровозмущающих сил. При этом, однако, некоторые гармоники уменьшаются (отрицательные значения отдельных гармоник в разностных спектрах означают уменьшение их амплитуд). На рис. 3 видно увеличение постоянной составляющей тензора (нулевой гармоники), т. е. при повреждении ротора среднее радиальное давление на сердечник статора увеличивается. Уменьшение 10-й гармоники обуславливается уменьшением количества «групп» на кривой распределения тензора (рис. 2). Они возникают вследствие наложения на кривую распределения тензора зубцовых гармоник статора и ротора. Уменьшение 62-й гармоники обусловлено ослаблением суммарного влия-

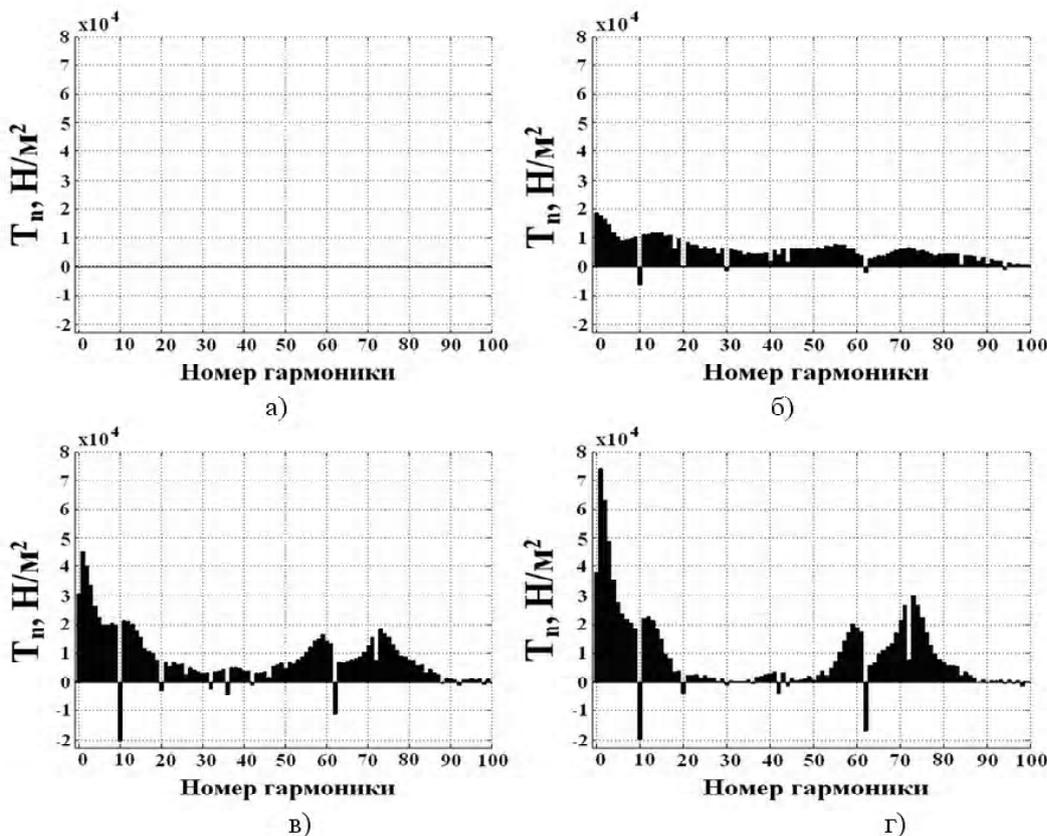


Рис. 3. Разностные спектрограммы нормальной составляющей тензора магнитного натяжения по внутренней расточке статора

ния, которое оказывают целые стержни ротора на результирующее магнитное поле двигателя. Как видно из рис. 3, разностные спектры тензора натяжения чувствительны к малым повреждениям обмотки ротора, поскольку при повреждении даже одного стержня, что составляет всего 1,6 % от общего количества стержней ротора ($Z_2 = 62$), изменения в разностных спектрограммах достаточно значительны и могут быть легко зафиксированы.

Аналогичные разностные спектрограммы легко получить методом математического моделирования и для других вариантов повреждения обмотки ротора АД, в частности, при наличии нескольких поврежденных стержней, расположенных в различных местах короткозамкнутой клетки.

Полученные результаты дают возможность установить взаимно-однозначное соответствие между количеством поврежденных стержней обмотки ротора и гармоническим составом разностных спектрограмм радиальных вибраций сердечника статора, что позволяет эффективно контролировать техническое состояние обмотки ротора двигателя и достоверно диагностировать вид ее повреждения.

Выводы

Сформулированная математическая модель и полученные результаты анализа изменений вибровозмущающих электромагнитных сил, возникающих при повреждении обмотки ротора короткозамкнутого АД, формируют информационную базу знаний и служат основой для построения эффективной системы виб-

рационного контроля и диагностики повреждений «белочьи клетки» короткозамкнутых АД.

Перечень ссылок

1. Савельев В. А. Оценка потребности в ремонте асинхронного электродвигателя с учетом контроля его состояния и конструктивных особенностей / Савельев В. А., Назарычев А. Н., Скоробогатов А. А. // Вестник ИГЭУ. – Иваново, ИГЭУ, 2005, – вып. 1. – С. 89–91.
2. Васьковський Ю. М. Дослідження методами теорії поля характеристик асинхронних двигунів при несиметрії параметрів ротора / Васьковський Ю. М., Гайдено Ю. А. // Електротехніка і електромеханіка. – 2007. – № 3. – С. 19–22.
3. Русов В. А. Спектральная вибродиагностика [Электронный ресурс] : / В.А. Русов, 1996 // Режим доступа к книге : www.vibrocenter.ru/book8.htm.
4. Петухов В. С. Диагностика состояния электродвигателей. Метод спектрального анализа потребляемого тока / Петухов В. С., Соколов В. А. // Новости ЭлектроТехники. – 2005. – № 1(31). – С. 50–52.
5. Васьковський Ю. М. Польовий аналіз електричних машин / Юрій Миколайович Васьковський – К. : НТУУ «КПІ», 2007. – 191 с.
6. Иванов-Смоленский А. В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах / Алексей Владимирович Иванов-Смоленский – М. : Высшая школа, 1989. – 312 с.

Поступила в редакцию 13.03.09 г.

Сформульовано математичну модель для аналізу вібробуджуючих електромагнітних сил в короткозамкнених асинхронних двигунах при наявності ушкоджень обмотки ротора. Показано, що порівняльний аналіз спектрограм зазначених сил дозволяє з високою вірогідністю виявляти пошкодження обмотки ротора.

The mathematical model for analysis of vibro-disturbing electromagnetic forces in short-circuit asynchronous motors at presence of the rotor winding damages is formulated. It is shown that the comparative analysis of these forces spectrogram allows to expose the rotor winding damages with high authenticity.